

# Escola Secundária da Sé-Lamego

## Prova Global de Matemática

10.º Ano

Ano Lectivo de 1997/98

Duração: 90 minutos

ATENÇÃO - Escreva na primeira linha da sua folha de respostas: **Prova 1**

### 1.ª Parte

Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.

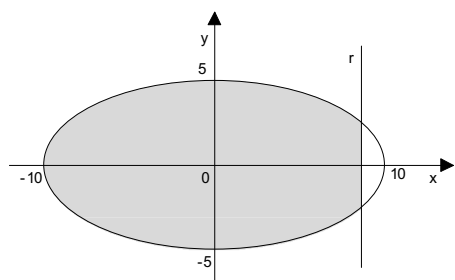
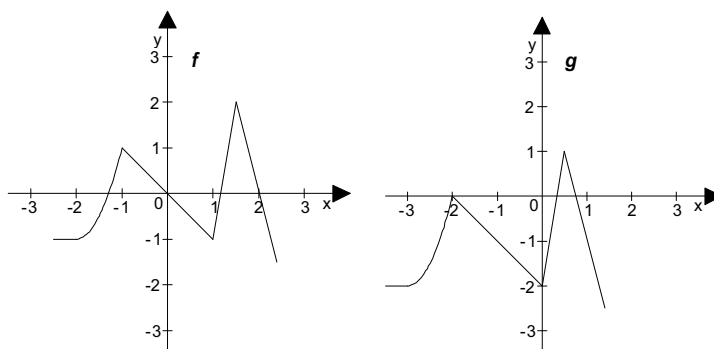
**Atenção!** Se apresentar mais do que uma resposta a que stão será anulada, o mesmo a contendo e m caso de resposta a mbígua. **Cotação:** cada resposta certa, +10 pontos; cada resposta errada, -10/3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.

1. Num referencial ortonormado, dados os pontos A (2, 3) e B (-4, 3) e o vector  $\vec{u} = (-2, 1)$ , então:

- [A]  $\vec{u}$  e  $\vec{AB}$  são colineares.
- [B] A é simétrico de B em relação à recta de equação  $y = -1$ .
- [C]  $\vec{AB} = A + \vec{u}$ .
- [D] A recta de equação  $x = -1$  é a mediatriz do segmento de recta [AB].

2. Se os gráficos das funções  $f$  e  $g$  são os representados ao lado, então:

- [A]  $g(x) = f(x-1) + 1$ .
- [B]  $g(x) = f(x+1) - 1$ .
- [C]  $g(x) = f(x-1) - 1$ .
- [D]  $g(x) = f(x+1) + 1$ .



3. No referencial cartesiano ortogonal da figura está representada uma elipse em que os eixos de simetria são os eixos coordenados.

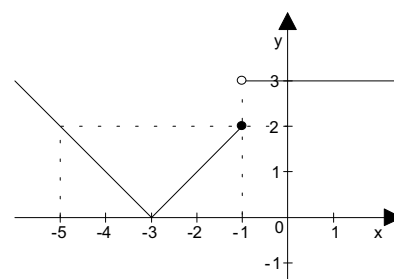
A recta  $r$  é paralela ao eixo dos Oy e passa por um dos focos da elipse.

Uma condição que define a região sombreada incluindo o contorno é:

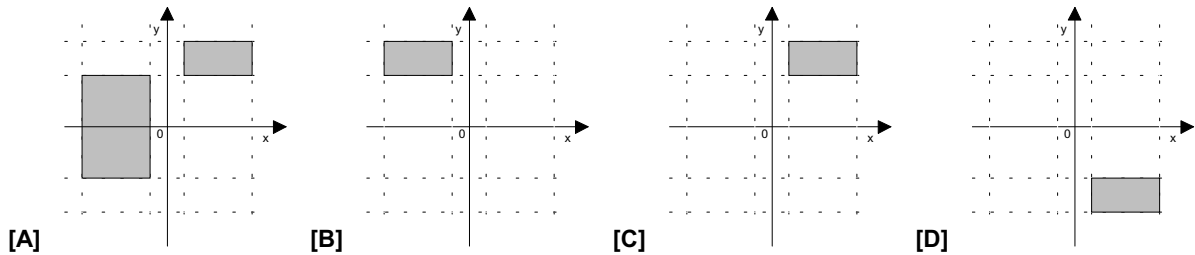
- [A]  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{25} \leq 1 \wedge x \leq 5\sqrt{3}$ .
- [B]  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{100} \leq 1 \wedge y \leq \frac{17}{2}$ .
- [C]  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{25} \leq 1 \wedge x \leq \frac{17}{2}$ .
- [D]  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{100} \leq 1 \wedge x \leq 5\sqrt{3}$ .

4. Se o gráfico da função  $h$  é o representado ao lado, então:

- [A]  $h(x) = \begin{cases} 3 & \Leftarrow x > -1 \\ |x-3| & \Leftarrow x \leq -1 \end{cases}$
- [B]  $h$  é uma função par.
- [C]  $h(x) = \begin{cases} 3 & \Leftarrow x > -1 \\ |x+3| & \Leftarrow x \leq -1 \end{cases}$
- [D]  $D'_h = \mathbb{R}^+$ .



5. A condição  $|x+3| \leq 2 \wedge |y-4| \leq 1$  está representada no referencial:



## 2.ª Parte

Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias

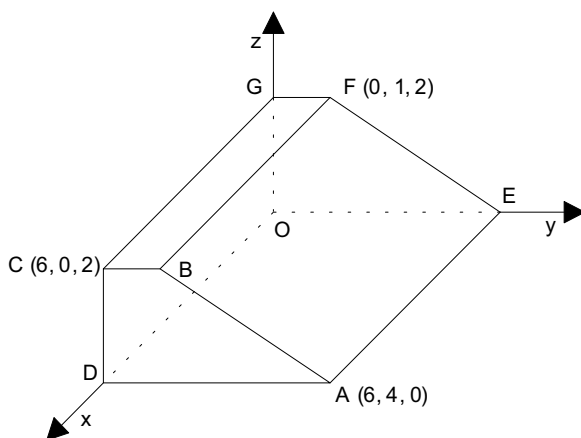
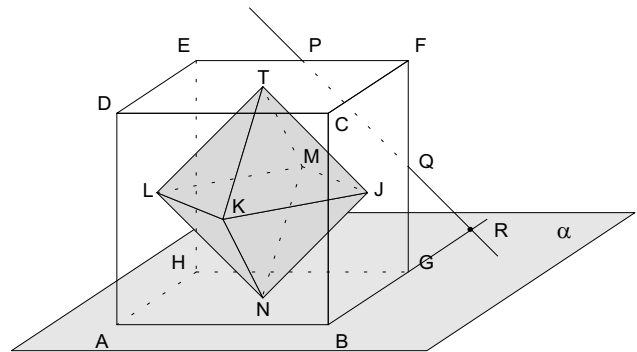
1. Na figura ao lado, considere o cubo [ABCDEFGH] assente no plano  $\alpha$ .

- Os pontos T, J, K, L, M e N são centros das faces do cubo;
- Os pontos P e Q são os pontos médios das arestas [EF] e [FG], respectivamente;
- A aresta do cubo mede 4 cm.

a) Comente a afirmação seguinte:  
«O ponto R é a intersecção da recta PQ com o plano  $\alpha$ .»

b) Reproduza o cubo (apenas) na sua folha de respostas e desenhe a secção nele produzida pelo plano BHQ. Determine um valor aproximado ao milímetro do perímetro da secção obtida.

c) Justifique que [TJKLMN] é um octaedro regular. Determine a razão entre as áreas dos quadriláteros [CDEF] e [JKLM].



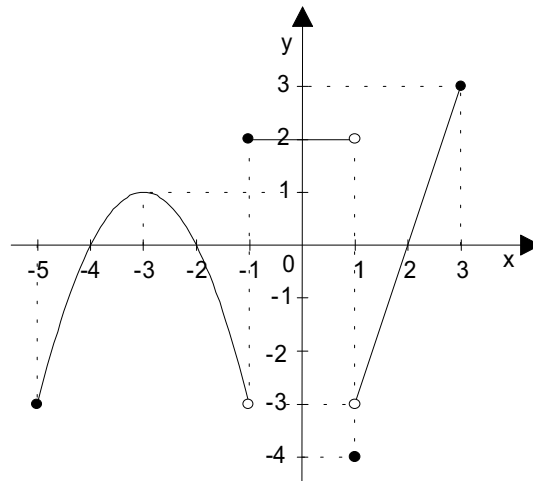
2. No referencial ortonormado Oxyz está representada uma cunha de madeira, obtida pelo corte feito por um plano paralelo a [CG] num paralelepípedo rectângulo.

a) Determine uma equação vectorial da recta AF e indique, justificando, as coordenadas do ponto de intersecção dessa recta com o plano coordenado yOz.

b) Defina analiticamente a esfera de diâmetro [FA]. Justifique que  $\frac{49}{4}\pi$  é a medida da área da secção produzida nesta esfera pelo plano mediador do segmento de recta [CG].

c) Determine a norma do vector  $\vec{AF} - 2\vec{BE}$ .

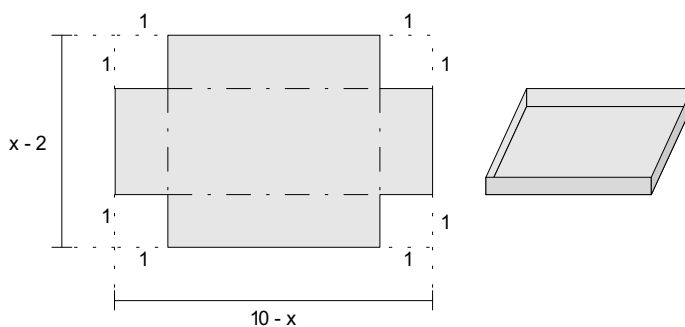
3. Considere a função  $f$ , real de variável real, cujo gráfico se apresenta na figura ao lado.



- Indique o domínio, contradomínio e zeros da função  $f$ . Identifique os extremos absolutos e um ponto de descontinuidade (caso existam). Justificando, refira a injectividade ou a não injectividade da função  $f$ .
- Indique o conjunto-solução da condição  $f(x) > 0$ .
- Faça um quadro de variação (monotonia) da função  $f$ .
- Defina a função  $f$  por troços.
- Considere a função  $h$ , tal que  $h(x) = |f(x)|$ . Descreva como esboçava o gráfico da função  $h$  e indique  $h(-1)$  e  $h(1)$ .

4. Tem-se cartolina rectangular cujas dimensões, em  $dm$  e em função de  $x$ , estão assinaladas na figura ao lado.

Pretende-se construir (por dobragem) uma caixa sem tampa, cortando nos quatro cantos da cartolina um quadrado de lado  $1 dm$ .



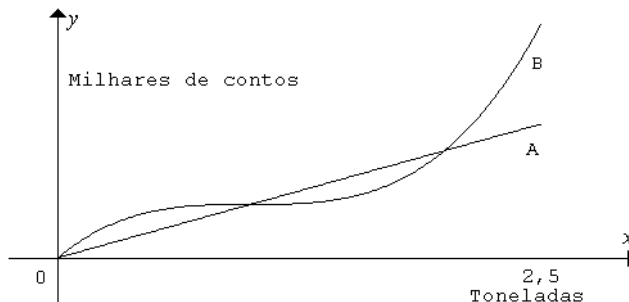
- Mostre que o volume da caixa, em  $dm^3$ , é dado por  $v(x) = -x^2 + 12x - 32$ .
- Depois de determinar os pontos de intersecção com o eixo  $Ox$ , o vértice e o eixo de simetria do gráfico de  $v$ , indique qual o máximo volume que se pode obter para a caixa e as correspondentes dimensões da cartolina.

5. Numa empresa, a capacidade máxima de produção mensal está limitada a 2,5 toneladas e a venda total da produção mensal está assegurada.

Sabe-se que o custo total de produção ( $C$ ) e o preço de venda ( $V$ ), em *milhares de contos*, são dados por:

$$C(x) = x^3 - 3x^2 + 3x \quad \text{e} \quad V(x) = x,$$

representando  $x$  o número de *toneladas*.



- No referencial ao lado, os gráficos A e B são representativos das funções  $C$  e  $V$ . Identifique-os, justificando.
- Mostre que o lucro mensal é definido por:

$$L(x) = (V - C)(x) = x \cdot (-x^2 + 3x - 2).$$

Construa, em  $\mathbb{R}$ , uma tabela de sinal da função  $L$ .

Entre que valores deve ser mantida a produção mensal da empresa por forma a ser garantido lucro?

**FIM**

# COTAÇÕES

**1.ª Parte** ..... 50 pontos

Cada resposta certa ..... +10 pontos

Cada resposta errada ..... -10/3 pontos

Cada questão não respondida ou anulada..... 0 pontos

**Um total inferior a zero na 1.ª Parte vale 0 pontos.**

	E	R	R	A	D	A	S
	0	1	2	3	4	5	
C	0	0	0	0	0	0	0
E	1	10	7	3	0	0	
R	2	20	17	13	10		
T	3	30	27	23			
A	4	40	37				
S	5	50					

**2.ª Parte** ..... 150 pontos

1. .... 32 pontos

a) ..... 6

b) ..... 15

c) ..... 11

2. .... 43 pontos

a) ..... 14

b) ..... 16

c) ..... 13

3. .... 38 pontos

a) ..... 12

b) ..... 5

c) ..... 5

d) ..... 10

e) ..... 6

4. .... 20 pontos

a) ..... 8

b) ..... 12

5. .... 17 pontos

b) ..... 3

c) ..... 14

**Total 200 pontos**