

# Escola Secundária da Sé-Lamego

## Ficha de Trabalho de Matemática

28/04/98 Operações com funções; Função soma, função diferença e função produto 10.º Ano

Nome: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

1. Considera as funções reais de variável real, assim definidas:

$$f: x \rightarrow x^3$$

$$g: x \rightarrow 2x$$

$$h: x \rightarrow x^3 + 2x$$

a) Representa a função  $f$  no rectângulo de visualização  $[-3, 3]$  por  $[-8, 8]$ .

b) Representa agora, simultaneamente, os gráficos das funções  $f$  e  $g$ .

c) Completa a tabela seguinte:

$x$	-2	-1	0	1	2
$f(x)$		-1			
$g(x)$				2	
$h(x)$			0		

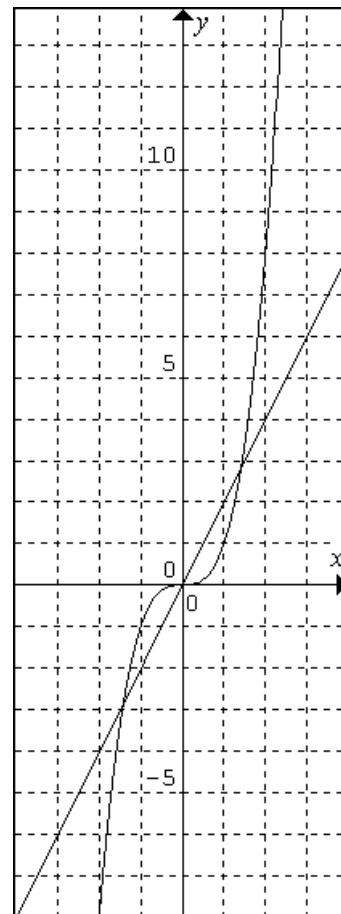
d) Usando os valores da tabela, representa no referencial ao lado alguns dos pontos do gráfico da função  $h$ .

e) Como será o gráfico de  $h$ ?

Como se poderá obter o gráfico de  $h$  à custa dos gráficos de  $f$  e  $g$ ?

Esboça o que *pensas* ser o gráfico de  $h$ .

f) Representa agora, simultaneamente, os gráficos das três funções e confirma, ou rectifica, as tuas respostas anteriores.



Podemos generalizar dizendo que, se  $f$  e  $g$  são duas funções polinomiais tais que:

$$\begin{array}{l} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \rightarrow f(x) \end{array} \quad \text{e} \quad \begin{array}{l} g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \rightarrow g(x) \end{array}$$

define-se **função soma**  $f + g$  do seguinte modo:

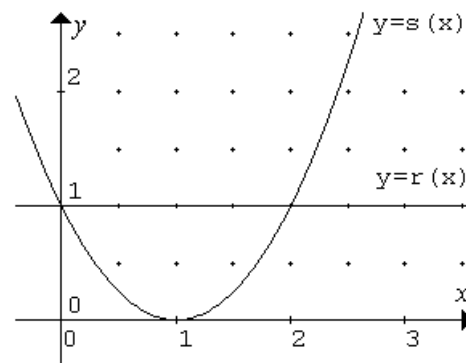
$$\begin{array}{l} f + g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \rightarrow (f + g)(x) = f(x) + g(x) \end{array}$$

onde  $(f + g)(x) = f(x) + g(x), \forall x \in \mathbb{R}$ .

2. A partir dos gráficos de  $r$  e de  $s$ :

a) Obtém o gráfico da função soma  $r + s$ .

b) Determina uma definição analítica para as funções  $r$ ,  $s$  e  $r + s$ .



3. Considera as funções reais de variável real, assim definidas:

$$f: x \rightarrow x^3$$

$$g: x \rightarrow 4x$$

$$h: x \rightarrow x^3 - 4x$$

a) Representa a função  $f$  no rectângulo de visualização  $[-3, 3]$  por  $[-8, 8]$ .

b) Representa agora, simultaneamente, os gráficos das funções  $f$  e  $g$ .

c) Completa a tabela seguinte:

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-27		-1				
$g(x)$					4		12
$h(x)$	-15			0			

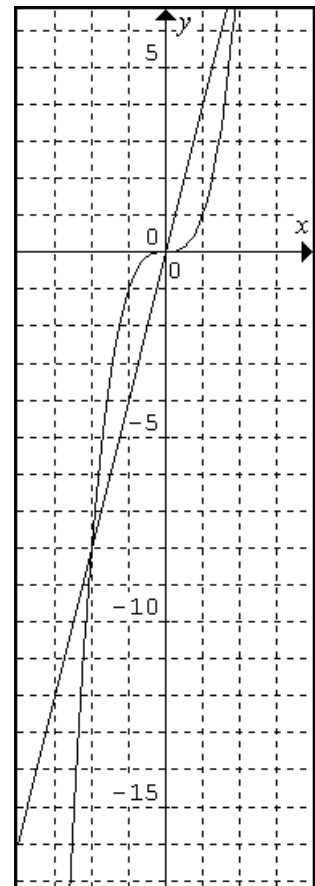
d) Usando os valores da tabela, representa no referencial ao lado alguns dos pontos do gráfico da função  $h$ .

e) Como será o gráfico de  $h$ ?

Como se poderá obter o gráfico de  $h$  à custa dos gráficos de  $f$  e  $g$ ?

Esboça o que *pensas* ser o gráfico de  $h$ .

f) Representa agora, simultaneamente, os gráficos das três funções e confirma, ou rectifica, as tuas respostas anteriores.



Generalizando, sendo  $f$  e  $g$  duas funções polinómicas quaisquer, define-se a **função diferença**,  $f - g$ , do seguinte modo:

$$f - g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow (f - g)(x) = f(x) + (-g(x)) = f(x) - g(x)$$

4. Considera as funções reais de variável real, assim definidas:

$$f: x \rightarrow x + 4$$

$$g: x \rightarrow -x + 2$$

$$h: x \rightarrow f(x) \times g(x)$$

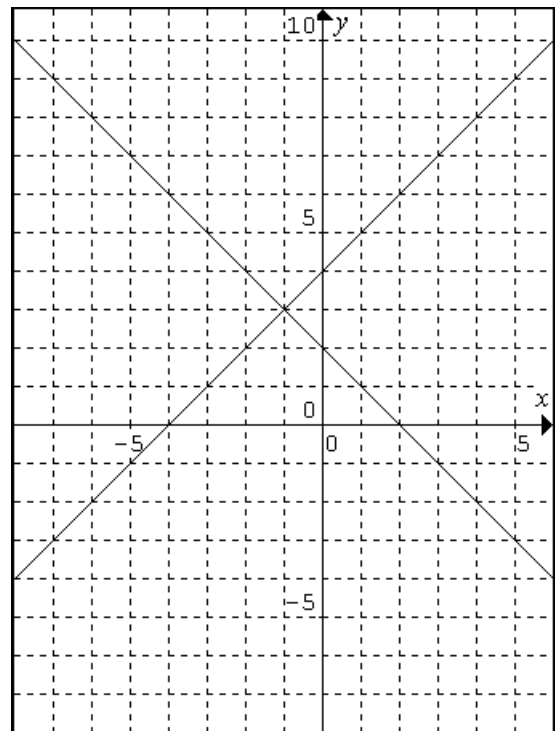
a) Representa, simultaneamente, os gráficos das funções  $f$  e  $g$ , no rectângulo de visualização  $[-6, 6]$  por  $[-10, 10]$ .

b) Completa a tabela seguinte:

$x$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$		0		2					7
$g(x)$	-7				-3		1		
$h(x)$			5					0	

c) Como se poderá obter o gráfico de  $h$  à custa dos gráficos de  $f$  e  $g$ ? Esboça o que *pensas* ser o gráfico de  $h$ .

d) Determina uma expressão analítica da função quadrática  $h$  e confirma com a calculadora gráfica o gráfico que esboçaste.



Define-se  $f \times g$ , **função produto** das funções polinómicas  $f$  e  $g$ , do seguinte modo:

$$f \times g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

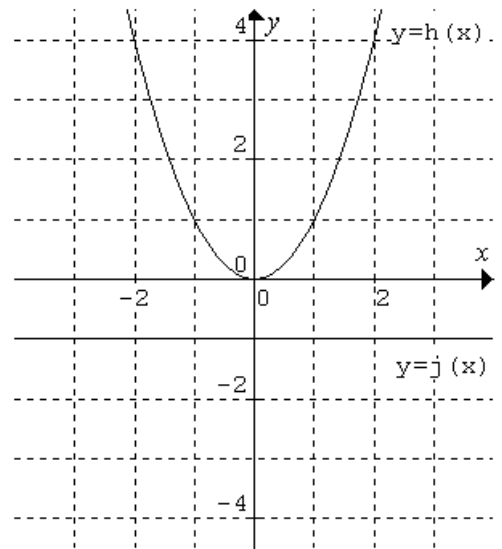
$$x \rightarrow (f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$$

5. A partir dos gráficos de  $h$  e de  $j$ :

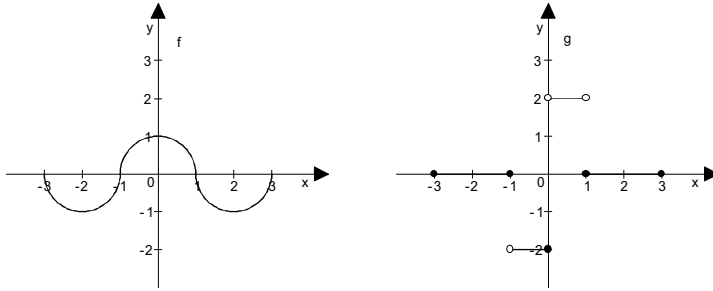
- Esboça o gráfico da função  $h + j$ .
- Esboça o gráfico da função  $h - j$ .
- Esboça o gráfico da função  $h \times j$ .

NOTA: Esboça, a cores diferentes, os diversos gráficos no referencial dado.

- Determina uma definição analítica para as funções  $h, j, h + j, h - j$  e  $h \times j$ .

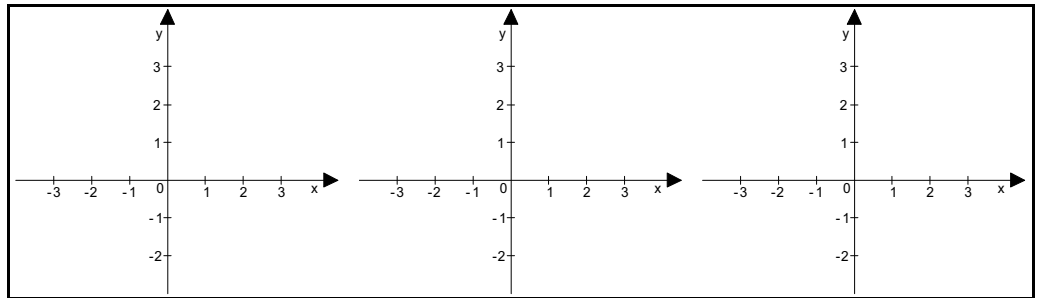


6. Considera as funções reais de variável real  $f$  e  $g$  a seguir representadas.



Faz um esboço gráfico de cada uma das funções:

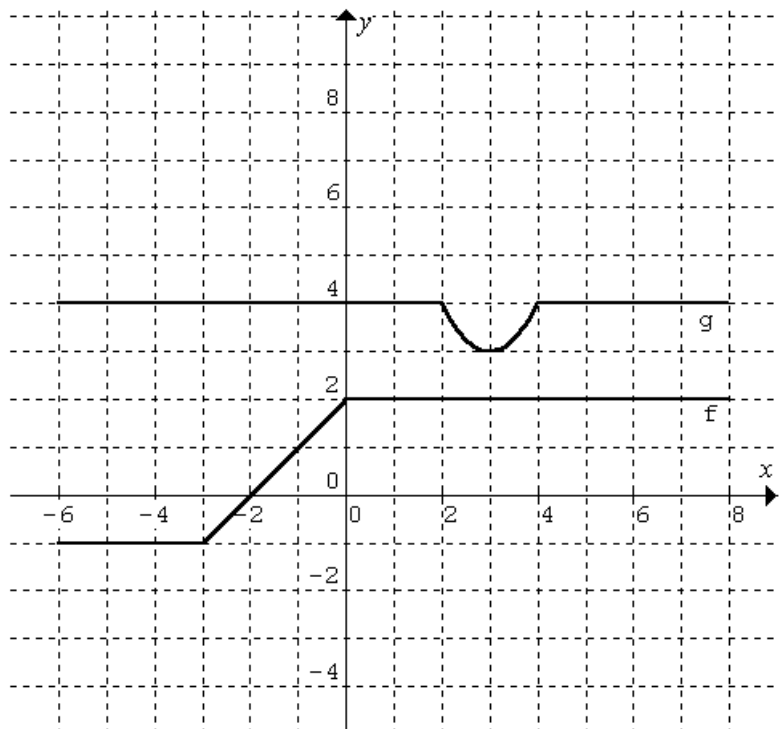
- $g(|x|)$ .
- $(f + g)(x)$ .
- $(f \times g)(x)$ .



7. Considera as funções reais de variável real  $f$  e  $g$ , de domínio  $[-6, 8]$ , a seguir representadas.

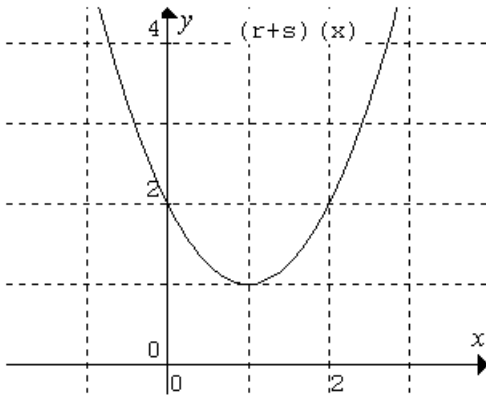
NOTA: O arco desenhado é um arco de parábola.

- Esboça no referencial ao lado o gráfico da função  $f + g$ .
- Esboça no referencial ao lado o gráfico da função  $f \times g$ .
- Define analiticamente a função  $f + g$ .
- Define analiticamente a função  $f \times g$ .
- Tendo em consideração os resultados das alíneas anteriores, determina  $\alpha \in \mathbb{R}$ , tal que  $(f + g)(\alpha) = (f \times g)(\alpha)$ .



# SOLUÇÕES

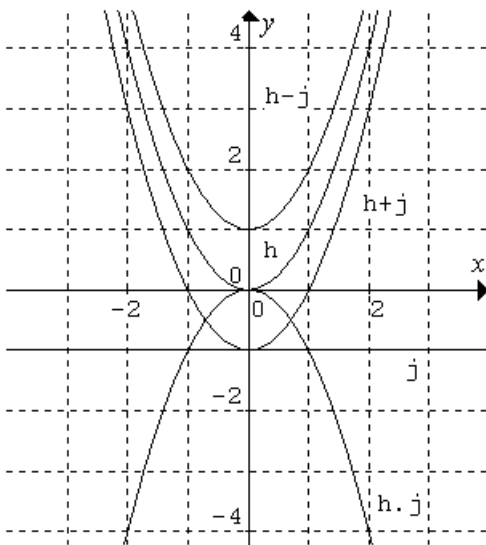
2.



a)

b)  $r(x) = 1$ ;  $s(x) = (x-1)^2$ ;  
 $(r+s)(x) = (x-1)^2 + 1 = x^2 - 2x + 2$

5.



d)  $h(x) = x^2$ ;  $j(x) = -x^2$ ;  
 $(h+j)(x) = x^2 - 1$ ;  $(h-j)(x) = x^2 + 1$ ;  
 $(h \cdot j)(x) = -x^2$ .

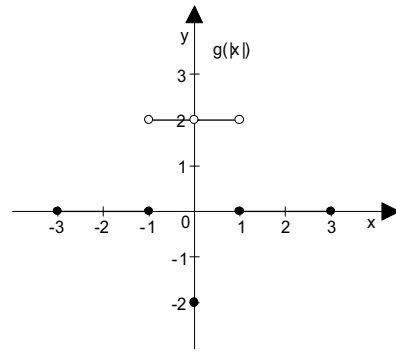
7.

c)  $(f+g)(x) = \begin{cases} 3 & \Leftarrow -6 \leq x < -3 \\ x+6 & \Leftarrow -3 \leq x < 0 \\ 6 & \Leftarrow 0 \leq x < 2 \\ (x-3)^2 + 5 & \Leftarrow 2 \leq x < 4 \\ 6 & \Leftarrow 4 \leq x \leq 8 \end{cases}$

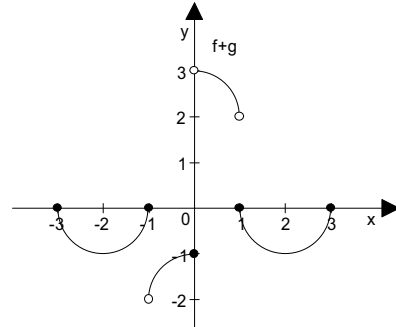
d)  $(f \cdot g)(x) = \begin{cases} -4 & \Leftarrow -6 \leq x < -3 \\ 4x+8 & \Leftarrow -3 \leq x < 0 \\ 8 & \Leftarrow 0 \leq x < 2 \\ 2(x-3)^2 + 6 & \Leftarrow 2 \leq x < 4 \\ 8 & \Leftarrow 4 \leq x \leq 8 \end{cases}$

e)  $\alpha = -\frac{2}{3}$

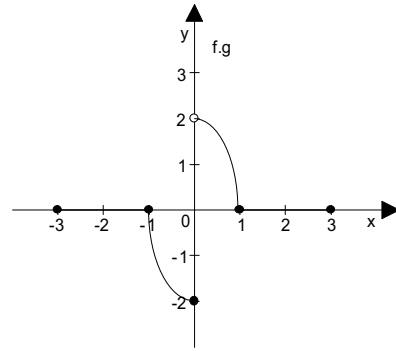
6.



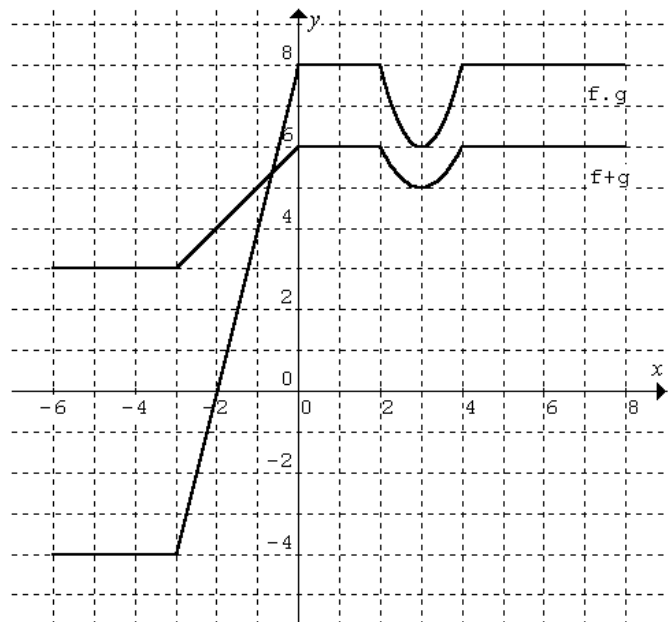
a)



b)



c)



O Professor