

Escola Secundária da Sé-Lamego

Ficha de Trabalho de Matemática

Função afim; Função módulo; Função por troços.

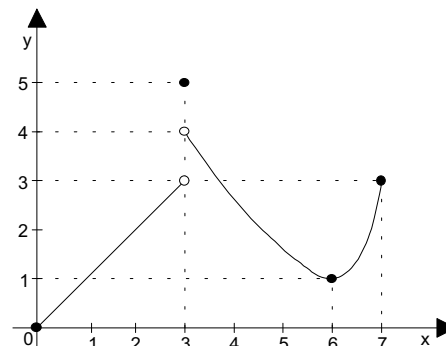
23/03/98

10.º Ano

Nome: _____ N.º: _____ Turma: _____

1. Considera a função g definida pelo gráfico.

- Indica o domínio e o contradomínio.
- Indica os intervalos de crescimento de g .
- Qual o máximo no intervalo $[1, 3]$?
- Indica os mínimos relativos e absolutos de g .
- Será a função contínua no ponto 3 do domínio? E no ponto 5? Justifica.



2. O Miguel foi alugar um barco e encontrou o preçário em baixo.

Número de horas	Até 2	Mais de 2 e até 6	Mais de 6
Preço de cada hora em escudos	2000	1500	1200
Nota: Paga sempre número inteiro de horas arredondado por excesso. (2h e 20 m paga 3 h)			

- Quanto pagará o Miguel se quiser andar cinco horas?
- Quanto tempo poderá andar o Miguel se dispõe de 5000\$00?
- Nalgum caso será mais económico andar mais tempo?
- Será função definida na tabela contínua? Justifica.
- Define a função definida na tabela graficamente.
- Define a função definida na tabela por troços.
- Define graficamente a função **total a pagar** em função do número de horas.
- Esta última função é injectiva? Justifica.

3. Escreve a expressão analítica e representa graficamente a função afim cujo gráfico é uma recta que:

- tem declive -2 e ordenada na origem 5 ;
- tem declive $-\frac{1}{2}$ e contém o ponto de coordenadas $(0, 2)$.

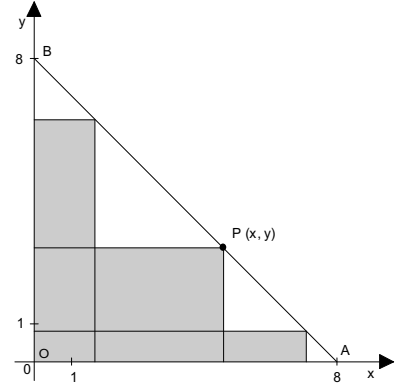
4. Relativamente às funções da questão anterior, resolve as questões seguintes e depois confirma os resultados graficamente.

- Resolve analiticamente a equação $y_1(x) = y_2(x)$.
- Resolve analiticamente a inequação $y_1(x) < y_2(x)$.

5. A média de dois números x e y é 6.

- Escreve uma equação que traduza a condição e resolve-a em ordem a y .
- Indica três pares de números nas condições referidas.
- Se um dos números é dobro do outro, quais são os números?
Resolve o problema algébrica e geometricamente.

6. No referencial seguinte está representado um triângulo rectângulo isósceles [OAB].
O ponto P pertence ao segmento [AB] e é um dos vértices de um rectângulo cujos lados são paralelos aos eixos coordenados.

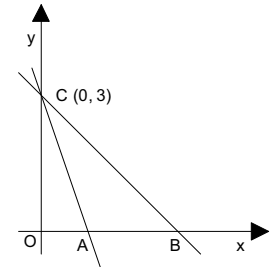


- Escreve uma equação vectorial da recta que contém [AB].
- Escreve a equação reduzida da recta que contém [AB].
- Mostra que qualquer triângulo rectângulo definido por P e pelos semieixos positivos, como mostra a figura, tem perímetro 16.

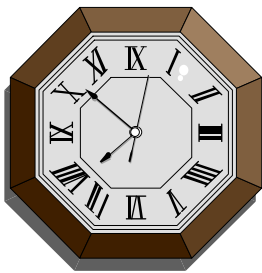
7. Para cada $a \in \mathbb{R}$, a expressão $f(x) = \frac{ax-3}{2}$ define uma função afim.

- Se $a = 4$, determina analiticamente as coordenadas dos pontos de intersecção do gráfico da função com os eixos coordenados.
- Determina a de modo que o gráfico da função contenha o ponto de coordenadas $(1, 3)$.
- Indica o valor de a de modo que f não tenha zeros.
- Determina a de modo que a função seja decrescente.

8. Observa a figura seguinte e, de acordo com os dados, determina a expressão analítica da função afim cujo gráfico é a recta:.



- AC, sabendo que a área do triângulo [OAC] é $\frac{3}{2}$.
- BC, sabendo que o triângulo [OBC] é isósceles.



9. Um rato está a ser perseguido por um gato.

Às 20 h 52 min 3 s o rato leva 5 metros de avanço sobre o gato.

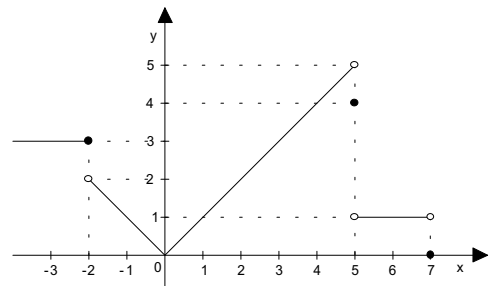
As velocidades de corrida do gato e do rato são consideradas constantes e são, respectivamente, 8 m/s e 6 m/s.

- O que representam as expressões $f_1(t) = 5 + 6t$ e $f_2(t) = 8t$?
- Determina a hora em que o gato alcançou o rato.
Resolve o problema analítica e graficamente.

10. Na figura ao lado está representada graficamente a função h .
Define-a algebricamente.

11. Representa graficamente a função $x \rightarrow |f(x)|$ a partir do gráfico de f :

- $f(x) = x - 2$
- $f(x) = x + 2$
- $f(x) = -2x + 1$
- $f(x) = -\frac{1}{3}x - 2$



12. Escreve sem usar o símbolo módulo (define por troços) e representa graficamente cada uma das funções:

a) $f(x) = |x| - 2$

b) $g(x) = \frac{|x|}{|x|}$

c) $h(x) = \frac{|x-1|}{x-1}$

d) $i(x) = \frac{x-|x|}{2}$

e) $j(x) = \frac{x+|x|}{2}$

13. Considera a função real de variável real definida por: $f : x \rightarrow y = |x - 2| - 3$.

- a) Determina algebricamente os zeros de f .
- b) Descreve como podes obter o gráfico de f a partir do gráfico da função $y = |x|$.
- c) Define graficamente a função f .
- d) Indica o máximo, o maximizante e os intervalos de monotonia da função $g(x) = -|f(x)|$.

14. Considera a função real de variável real definida por $f : [-3, 5] \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \rightarrow y = 3 - |x|$.

- a) Qual é o contradomínio da função?
- b) Qual é o menor valor da função?
- c) Representa graficamente a função g , sendo $g(x) = -2f(x)$.

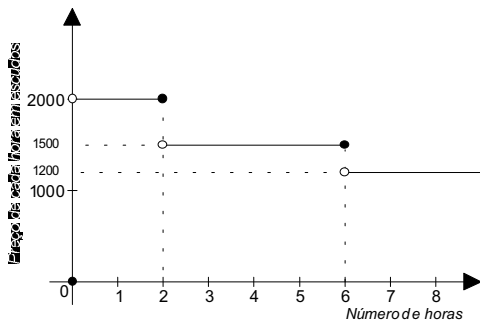
SOLUÇÕES

1.

- a) $D_g = [0, 7]$; $D'_g = [0, 4[\cup \{5\}$.
- b) $[0, 3]$ e $[6, 7]$.
- c) 5.
- d) Mínimos relativos: 0 (em zero) e 1 (em 6); mínimo absoluto 0 (em zero).
- e) Em 3 não é contínua, há ruptura do gráfico.
Em 5 é contínua, não há ruptura do gráfico.

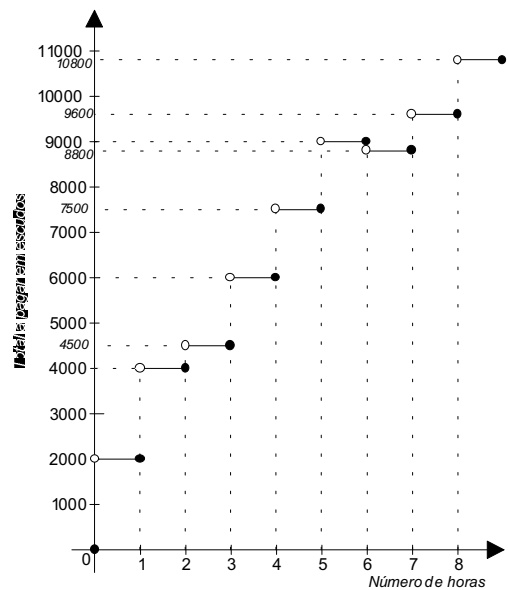
2.

- a) 7500\$00.
- b) 3 horas.
- c) Sim, é mais económico 7 h que 6 h.
- d) Não, tem descontinuidade quando muda a hora.



e)

$$f) f(t) = \begin{cases} 0 & \leftarrow t = 0 \\ 2000 & \leftarrow 0 < t \leq 2 \\ 1500 & \leftarrow 2 < t \leq 6 \\ 1200 & \leftarrow t > 6 \end{cases}$$



g)

h) Não é injectiva, pois há objectos diferentes com a mesma imagem. Com efeito e por exemplo, o custo é igual tanto para 15 como para 45 minutos.

4.

- a) $x = 2$.
- b) $x > 2$.

5.

- a) $y = 12 - x$.
- b) 0 e 12, .2 e 10, 3 e 9 (p.e.).
- c) 4 e 8.

6.

a) $(x,y) = (8,0) + k(-1,1), k \in \mathbb{R}.$

b) $y = -x + 8.$

7.

a) $(0, -\frac{3}{2})$ e $(\frac{3}{4}, 0).$

b) 9.

c) 0.

d) $a \in \mathbb{R}^-.$

8.

a) $y = -3x + 3.$

b) $y = -x + 3.$

9.

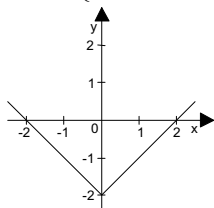
a) Espaço percorrido, respectivamente, pelo rato e pelo gato, ao fim de t segundos

b) 20 h 52 m 5, 5 s.

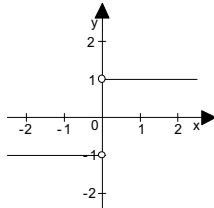
10. $f(x) = \begin{cases} 3 & \Leftarrow x \leq -2 \\ |x| & \Leftarrow -2 < x < 5 \\ 4 & \Leftarrow x = 5 \\ 1 & \Leftarrow 5 < x < 7 \\ 0 & \Leftarrow x = 7 \end{cases}$

12.

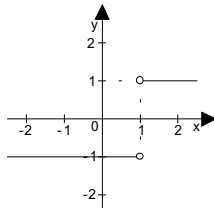
a) $f(x) = \begin{cases} x-2 & \Leftarrow x \geq 0 \\ -x-2 & \Leftarrow x < 0 \end{cases}$



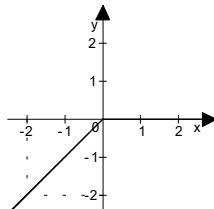
b) $f(x) = \begin{cases} 1 & \Leftarrow x > 0 \\ -1 & \Leftarrow x < 0 \end{cases}$



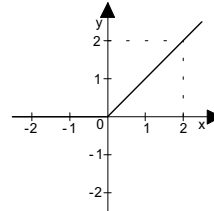
c) $f(x) = \begin{cases} 1 & \Leftarrow x > 1 \\ -1 & \Leftarrow x < 1 \end{cases}$



d) $f(x) = \begin{cases} 0 & \Leftarrow x \geq 0 \\ x & \Leftarrow x < 0 \end{cases}$

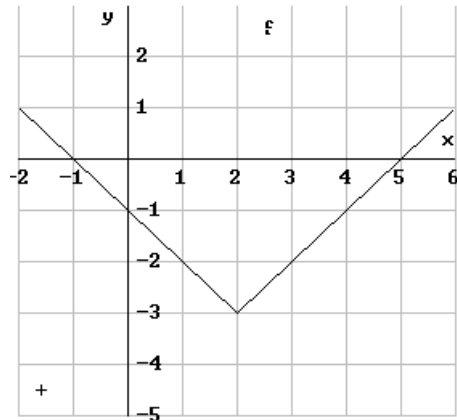


e) $f(x) = \begin{cases} x & \Leftarrow x \geq 0 \\ 0 & \Leftarrow x < 0 \end{cases}$



13.

a) $\{-1,5\}.$

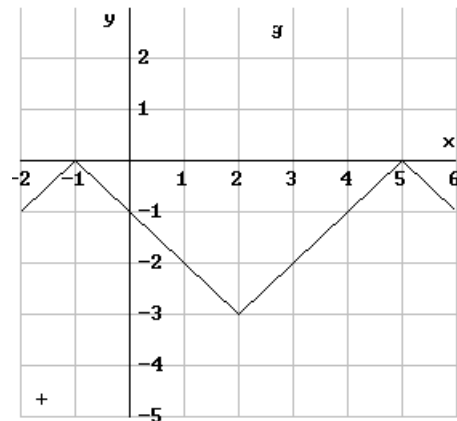


c)

d) Máximo: 0 para $x = -1$ e $x = 5.$

Crescente: $]-\infty, -1]$ e $[2, 5].$

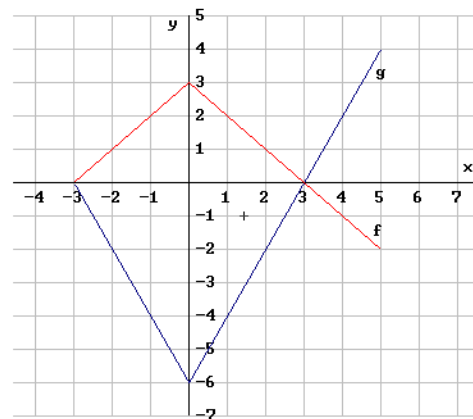
Decrescente: $[-1, 2]$ e $[5, +\infty[.$



14.

a) $[-2, 3].$

b) -2 para $x = 5.$



c)