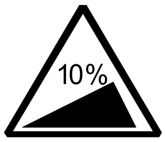
Escola Secundária da Sé-Lamego

Ficha de Trabalho de Matemática

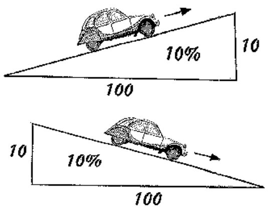
12/02/98 ***Equação vectorial da recta no plano e no espaço*** **10.º Ano**

Nome:____ N.º:___ Turma: ___

Por vezes, nas estradas, existem sinais de trânsito indicando o declive:



Este declive está expresso em percentagem e calcula-se pela razão entre a distância da subida (ou descida) e a distância horizontal.
Pode significar o que qualquer das figuras sugere:



1. Um troço de estrada une dois pontos cujo desnível é 54 m, sendo a sua distância na horizontal igual a 870 m. Outro troço de estrada tem um declive de 6%.
Qual dos troços tem maior declive?

2. Calcula o declive da recta que passa pelos pontos A (3, 1) e B (2, 4).

3. Determina uma equação vectorial da recta que passa por A (0, 3) e B (-2, 4).

4. Escreve a equação reduzida da recta que:

a) passa pelo ponto (2, -1) e tem a direcção do vector $\vec{u} = (3,-4)$;

b) passa pelo ponto (3, 1) e tem a direcção do vector $\vec{v} = (-2,0)$.

5. Determina uma equação vectorial e uma equação não vectorial da recta que passa pelo ponto (-2, 4) e é paralela ao vector $\vec{w} = (0,5)$.

6. Indica o declive de cada uma das seguintes rectas:

a) $y = \frac{1}{2}x + 3$;

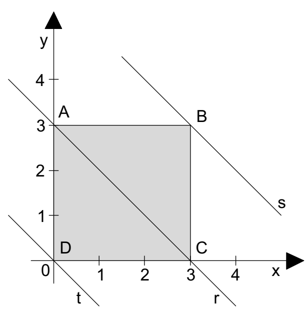
b) $(x,y) = (0,4) + k(-2,3),\ k \in IR$;

c) $y = 1$;

d) bissectriz dos quadrantes ímpares.

7. Determina uma equação vectorial da recta que passa pelos pontos C (3, 0, -1) e D (-2, 1, 4).

8. Considera o rectângulo [ABCD] da figura.
Sabe-se que *r*//*s*//*t*.



a) Determina a equação reduzida de cada uma das rectas, *r*, *s* e *t*.

b) Determina as coordenadas dos pontos de intersecção da recta *s* com os eixos coordenados.

9. Determina dois pontos, o declive e:

a) a ordenada na origem da recta de equação $(x,y) = (2,-3) + k(1,-2),\ k \in IR$;

b) a intersecção com o eixo dos *xx* da recta de equação $(x,y) = (1,-4) + k(2,-1),\ k \in IR$.

10. Determina uma equação:

a) vectorial e a equação reduzida da recta que passa pelos pontos M (2, -5) e N (3, 1);

b) da recta vertical que intersecta a recta $y = -x + 3$ no eixo dos xx;

c) vectorial da recta que passa pelo ponto (3, -2) e é paralela à bissectriz dos quadrantes ímpares;

d) reduzida da recta que passa pelo ponto (-1, 3) e tem a direcção da recta de equação $(x, y) = (1{,}2) + k(2{,}5),\ k \in IR$.

11. A recta *r* está definida pela equação $y = 5x + 3$. Determina uma equação da recta que é:

a) paralela a *r* e passa no ponto (-1, 1);

b) horizontal e intersecta *r* num ponto do eixo dos *yy*;

c) paralela a *r* e passa na origem;

d) paralela a *r* e passa no ponto (1, 3) (na forma vectorial).

12. Para cada um dos sistemas dados:

- Resolve o sistema:
- Confirma geo metricamente a solução encontrada, representando no mesmo referencial as duas rectas definidas pelas equações.

a) $\begin{cases} x + y = 2 \\ 4x - 2y = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - 3y = -7 \\ 4x - 6y = 25 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ \dfrac{1 + 3x}{2} = 2y - \dfrac{3x - 1}{2} \end{cases}$

13. Resolve cada um dos sistemas, algébrica e graficamente.

a) $\begin{cases} x + y = 2 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x^2 = y^2 \\ 3x - \dfrac{3}{4}y = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x = 3y \\ 4x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$

14. Verifica se são ou não paralelas as rectas de equações:

a) $y = -3x + \dfrac{1}{3}$ e $2x + \dfrac{2}{3}y = 0$

b) $2x - 5y - 1 = 0$ e $\dfrac{x - 2}{5} = \dfrac{y + 3}{2}$

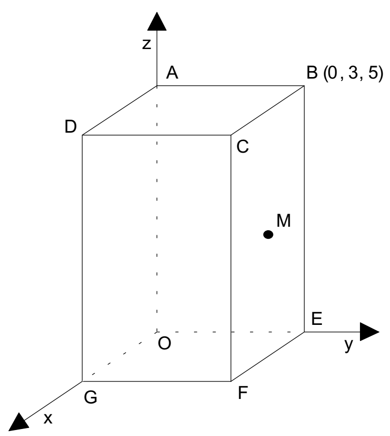
15. No prisma recto da figura, [ABCD] é um quadrado.

a) Determina as coordenadas dos pontos C, G e F.

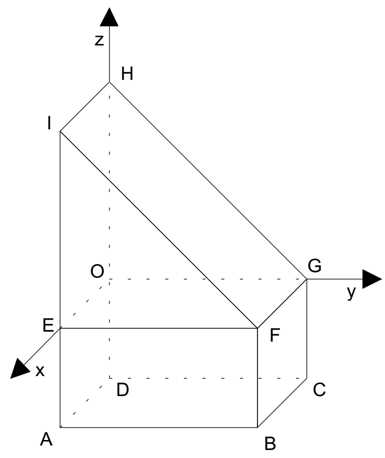
b) Determina as coordenadas do ponto M, ponto médio de [BF].

c) Escreve uma equação do plano BCE.

d) Escreve uma equação vectorial da recta CM.



16. No referencial ortonormado da figura estão representados dois prismas rectos que constituem um sólido.
A face [IEF] é um triângulo rectângulo isósceles, F (3, 4, 0) e B (*a*, *b*, *c*).



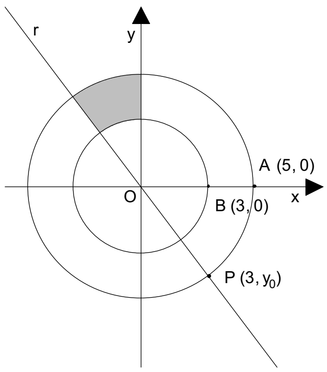
a) Determina *c*, sabendo que $a - b = \dfrac{c}{2}$.

b) Calcula o volume do sólido representado na figura.

c) Indica as equações dos planos ABC e EFI.

d) Calcula as coordenadas do vector $\vec{u} = 3\overrightarrow{EG} - \overrightarrow{GC}$.

e) Escreve uma equação vectorial da recta IF.



17. Observa a figura onde estão representadas duas circunferências concêntricas de centro O (0, 0) e a recta *r*.

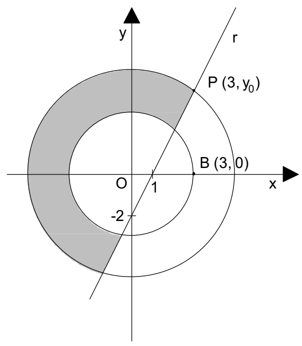
a) Determina a valor de y_0 (ordenada de P).

b) Determina uma equação vectorial da recta *r*.

c) Determina a norma do vector $\overrightarrow{AP}$.

d) Determina uma condição que represente a zona sombreada (incluindo o contorno).

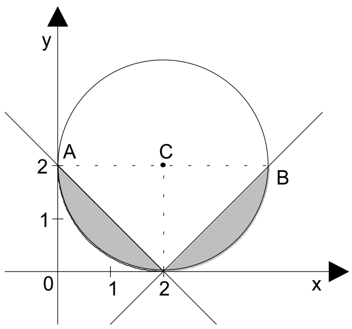
18. Observa a figura onde estão representadas duas circunferências concêntricas de centro O (0, 0) e a recta *r*.



a) Determina a equação reduzida da recta r.

b) Determina uma equação da circunferência maior.

c) Escreve (justificando) uma condição que represente a zona sombreada (incluindo o contorno).



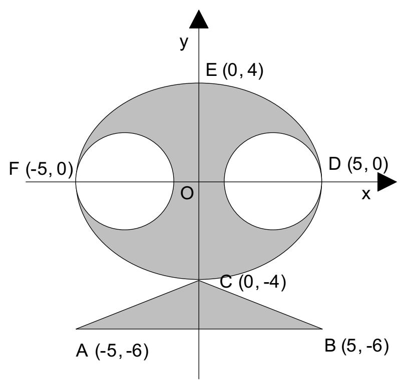
19. Na figura, [AB] é um diâmetro da circunferência de centro C, paralelo ao eixo dos xx.

a) Determina uma equação da circunferência.

b) Determina uma condição que represente a zona sombreada (incluindo o contorno).

c) Calcula a área aproximada da zona sombreada, a menos de uma centésima, sabendo que $\overline{AB} = 1\,\text{cm}$.

20. Na figura, as circunferências são tangentes à elipse e têm centro nos seus focos.



a) Determina uma equação da elipse.

b) Determina uma equação de cada uma das circunferências.

c) Determina as equações reduzidas das rectas AC e BC.

d) Determina uma condição que defina a zona sombreada, incluindo o contorno.

SOLUÇÕES

1. Tem maior declive o primeiro troço de estrada.

2. $m = -3$.

3. $(x, y) = (0,3) + k(-2,1),\ k \in IR$

4.

a) $y = -\frac{4}{3}x + \frac{5}{3}$.

b) $y = 1$.

5. $(x, y) = (-2,4) + k(0,5),\ k \in IR$.

6.

a) $m = \frac{1}{2}$.

b) $m = -\frac{3}{2}$.

c) $m = 0$.

d) $m = 1$.

7. $(x, y, z) = (3,0,-1) + k(5,-1,-5),\ k \in IR$.

8.

a) r: $y = -x + 3$; s: $y = -x + 6$; t: $y = -x$.

b) (0, 6) e (6, 0).

9.

a) (2, -3) e (3, -5); $m = -2$; $b = 1$.

b) (1, -4) e (3, -5); $m = -\frac{1}{2}$; (-7, 0).

10.

a) $(x, y) = (3,1) + k(1,6),\ k \in IR$; $y = 6x - 17$.

b) $x = 3$.

c) $(x, y) = (3,-2) + k(1,1),\ k \in IR$.

d) $y = \frac{5}{2}x + \frac{11}{2}$.

11.

a) $(x, y) = (-1,1) + k(1,5),\ k \in IR$.

b) $y = 3$.

c) $y = 5x$.

d) $(x, y) = (1,3) + k(1,5),\ k \in IR$.

12.

a) $S = \{(1,1)\}$.

b) $S = \varnothing$.

c) O sistema é indeterminado. São solução do sistema os pares ordenados de números reais da forma $(x, \frac{3}{2}x)$, com $x \in IR$.

13.

a) $S = \{(0,2), (2,0)\}$.

b) $S = \{(\frac{4}{9}, \frac{4}{9}), (\frac{4}{15}, -\frac{4}{15})\}$.

c) $S = \{(\frac{6\sqrt{37}}{37}, \frac{2\sqrt{37}}{37}), (-\frac{6\sqrt{37}}{37}, -\frac{2\sqrt{37}}{37})\}$.

14.

a) $m = -3$, são paralelas.

b) $m = \frac{2}{5}$, são paralelas.

15.

a) C (3, 3, 5); G (3, 0, 0); F(3, 3, 0).

b) M ($\frac{3}{2}$, 3, $\frac{5}{2}$).

c) $y = 3$.

d) $(x, y, z) = (3,3,5) + k(3,0,5),\ k \in IR$.

16.

a) $c = -2$.

b) 48.

c) $z = -2$; $x = 3$.

d) $\vec{u} = (-9,2,2)$.

e) $(x, y, z) = (3,4,0) + k(0,-4,4),\ k \in IR$.

17.

a) $y_0 = -4$.

b) $(x, y) = k(3,-4),\ k \in IR$.

c) $2\sqrt{5}$.

d) $9 \le x^2 + y^2 \le 25 \quad \wedge \quad x \le 0 \quad \wedge \quad y \ge -\frac{4}{3}x$.

18.

a) $2 = 2x - 2$.

b) $x^2 + y^2 = 25$.

c) $9 \le x^2 + y^2 \le 25 \quad \wedge \quad y \ge 2x - 2$.

19.

a) $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$.

b) $(x-2)^2 + (y-2)^2 \le 4 \quad \wedge \quad (y \le x - 2 \vee y \le -x + 2)$

20.

a) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

b) $(x+3)^2 + y^2 = 4$ e $(x-3)^2 + y^2 = 4$.

c) AC: $y = \frac{2}{5}x - 4$; BC: $y = -\frac{2}{5}x - 4$.

d) $(\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} \le 1 \quad \wedge \quad (x+3)^2 + y^2 \ge 4 \quad \wedge \quad (x-3)^2 + y^2 \ge 4) \quad \vee$
$\vee \quad (y \le \frac{2}{5}x - 4 \quad \wedge \quad y \le -\frac{2}{5}x - 4 \quad \wedge \quad y \ge -6)$

O Professor