Escola Secundária da Sé-Lamego

Aplicando... Matemática

9/10/97 **Resoluções e algumas explicações** **10.º Ano**

Nome:_____ N.º:___ Turma: ___

6, da página 81

6. Para responder às questões seguintes, utilize, para além do desenho de um cubo em perspectiva, um modelo em cartão ou outro material que deve construir.

i) Seja I o ponto médio do segmento [BC]. Construa, em seguida, a intersecção da recta EI com o plano ABG. Construa a intersecção dos planos DEI e ABG.

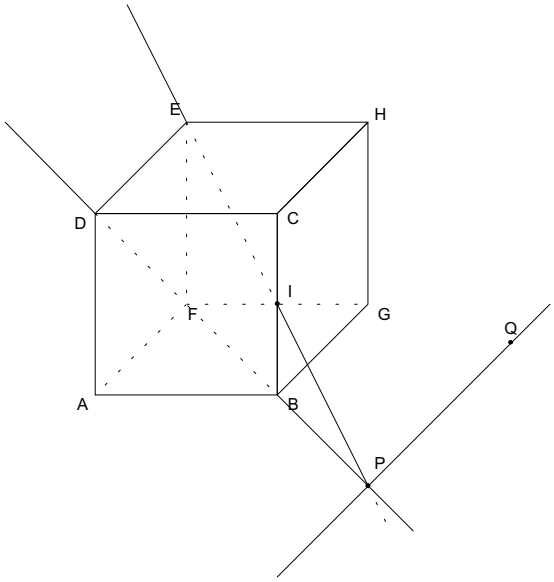
A recta EI é uma recta do plano EIB (EIBF).
A recta BF é uma recta do plano ABG (plano que contém a base do cubo).

Logo, a intersecção dos planos EIB e ABG é a recta BF.

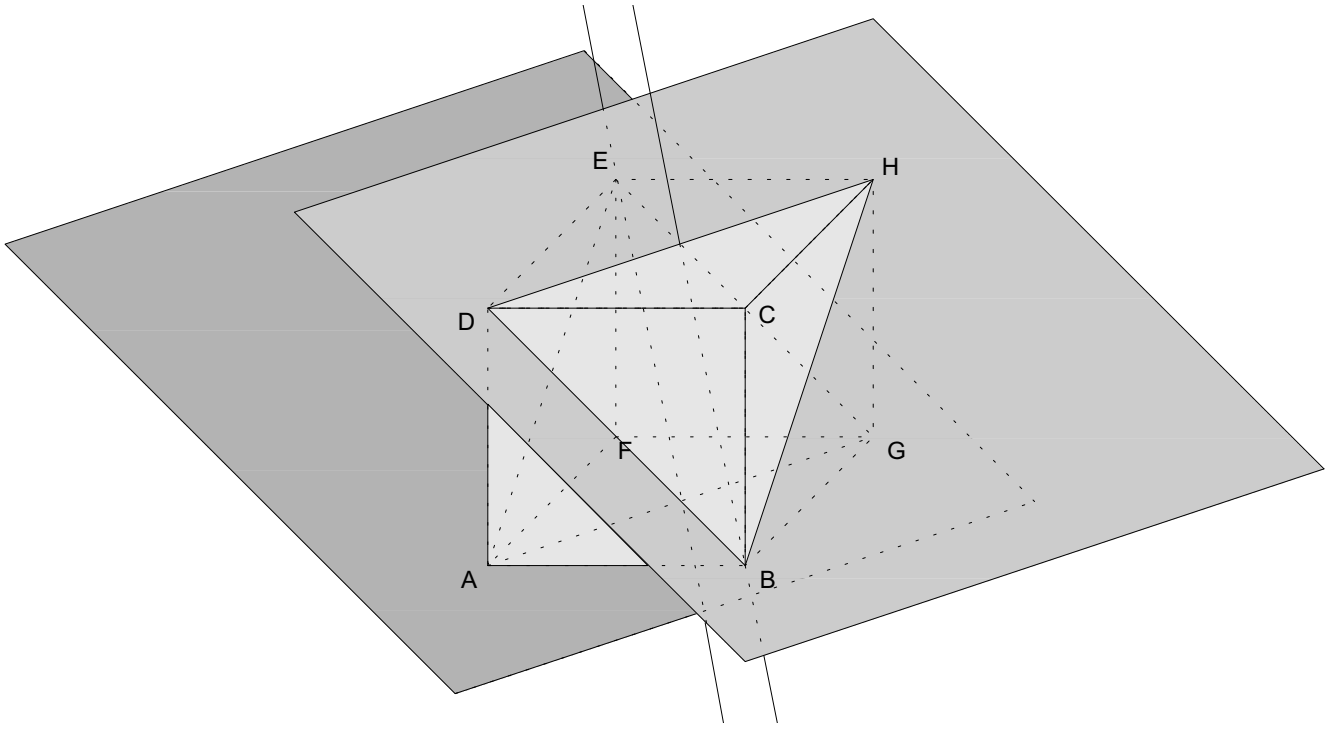
Como P pertence à recta EI e ao plano ABG, é este ponto P a intersecção da recta EI com o plano ABG.

O plano DEI é um plano que intersecta dois planos paralelos: DEH e ABG.

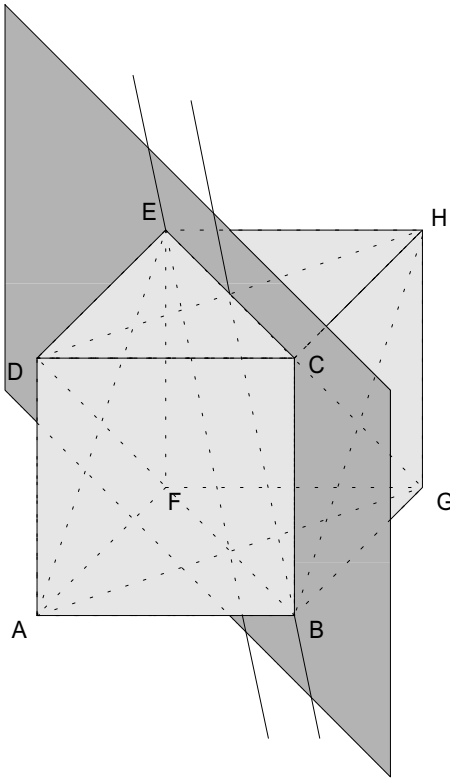
Logo, a intersecção destes planos pelo plano DEI consistirá em duas rectas paralelas: a recta DE e outra paralela a esta e que contém o ponto P - a recta PQ.



j) Utilizando duas cores represente os planos BDH e AEG.
Estes dois planos intersectam o plano BCE segundo duas rectas. Faça uma figura representando no plano BCE o rectângulo [BCEF] e as duas rectas.
Os planos BDH e AEG são secantes? São paralelos?

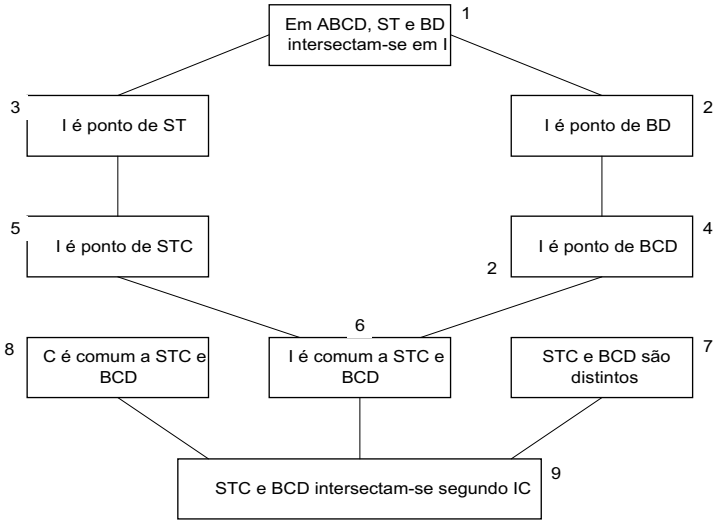


O Professor

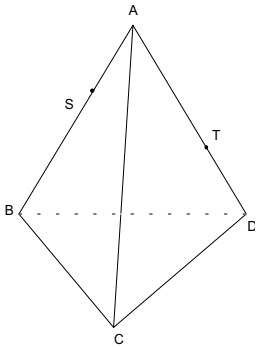


Os planos são paralelos, pois em cada um deles existe um par de rectas concorrentes paralelas ao outro.

Com efeito, as rectas DB e DH, concorrentes e do plano BDH, são paralelas respectivamente às rectas concorrentes GE e GA do plano AGE.



7, da página 82



7. [ABCD] é um tetraedro. S é um ponto de [AB], T um ponto de [AD] distintos dos vértices do tetraedro.
Supõe-se ainda que as rectas ST e BD não são paralelas.
Determine a intersecção dos planos STC e BCD.
Redija a demonstração com a ajuda do organigrama dedutivo acima indicado.

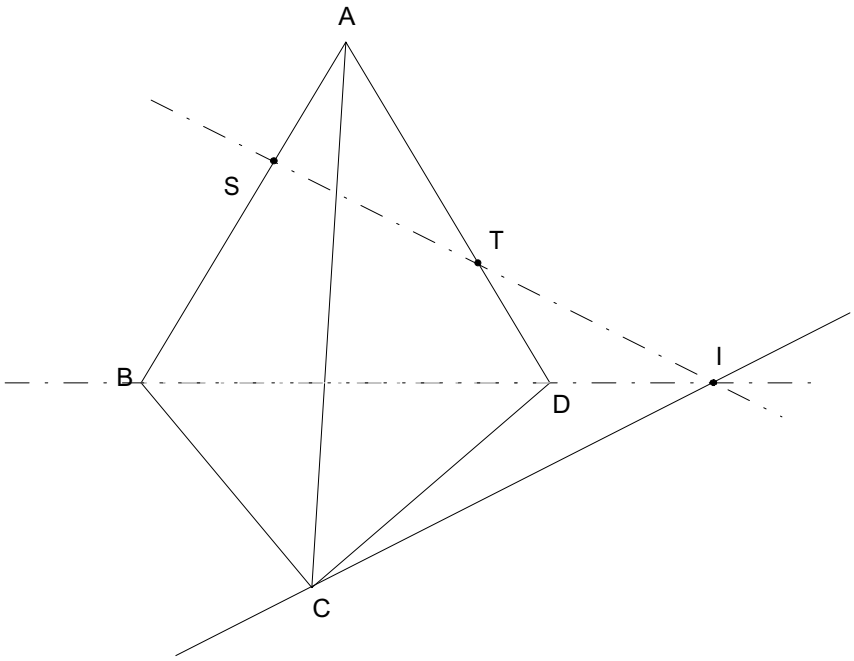
As rectas ST e BD, do plano ABD, intersectam-se no ponto I.

Portanto, I é um ponto comum aos planos STC e BDC, pois esse ponto é a intersecção de duas rectas, uma de cada um desses planos.

Por outro lado, o ponto C é outro ponto comum aos planos STC e BCD.

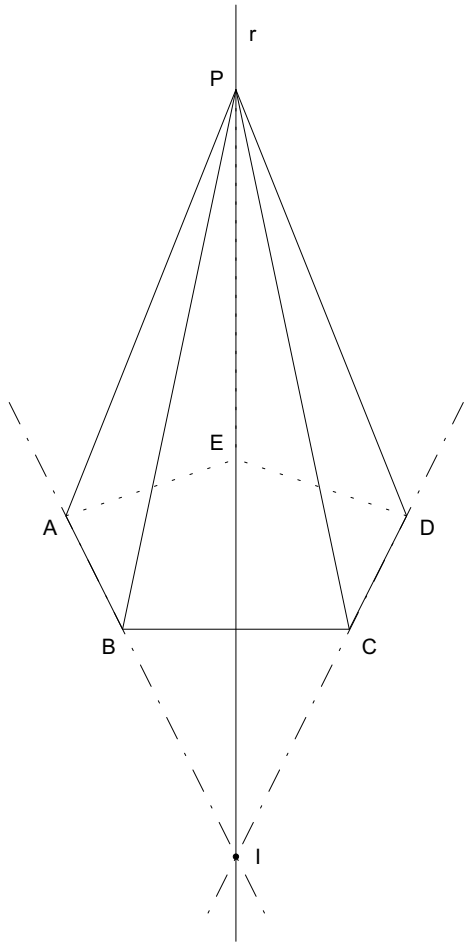
Logo, a recta CI é a recta de intersecção dos planos STC e BCD.

(A demonstração pode ser criada seguindo a numeração crescente assinalada no organigrama.)



8, da página 83

8. Considere a pirâmide pentagonal regular [PABCDE].
Determine a intersecção dos planos PAB e PCD.



As rectas AB e CD, do plano ABC, intersectam-se no ponto I.

Portanto, I é um ponto comum aos planos PBC e PCD, pois esse ponto é a intersecção de duas rectas, uma de cada um desses planos.

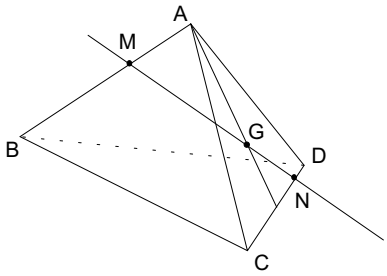
Por outro lado, o ponto P é outro ponto comum aos planos PBC e PCD.

Logo, a recta r (PI) é a recta de intersecção dos planos PBC e PCD.

(Considerando os dez passos da resolução apresentados no livro, o seu encadeamento lógico poderá ser: 2-3-1-10-6-4-5-7-9-8.)

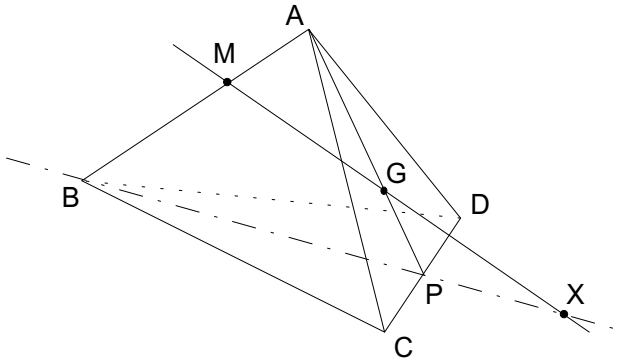
10, da página 84

10. Seguem-se três enunciados e três figuras dadas como resposta.
As três construções estão erradas.
Detecte o erro de construção.



a) [ABCD] é um tetraedro.
Os pontos B, C e D estão no plano α.
M é um ponto de [AB] e G é o centro de gravidade (ponto de intersecção das medianas) da face [ACD].
Construa o ponto N, intersecção da recta MG com o plano α.

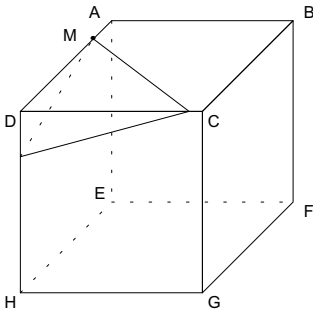
A construção está errada, pois, sendo N e G dois pontos do plano ACD, a recta MG intersectaria esse plano em dois pontos distintos.



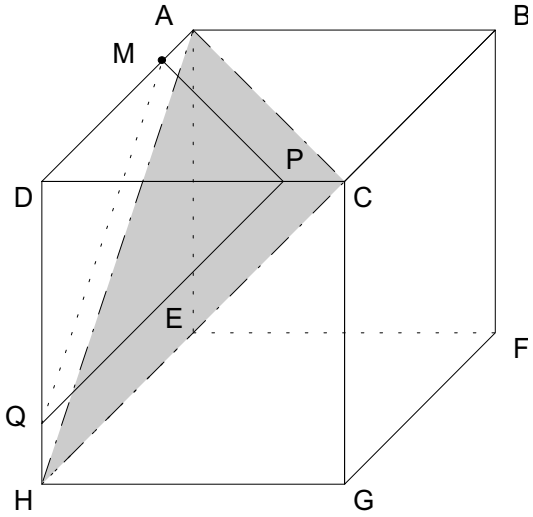
Consideremos o plano MGB, ao qual pertencem as rectas MG e AG.

A intersecção do plano MGB com o plano α é a recta BP, pois B e P são pontos comuns distintos desses dois planos.

Logo, o ponto de intersecção da recta MG com o plano α é o ponto X, pois toda a recta do plano MGB intersectará o plano α num ponto comum aos dois planos (recta BP).



b) [ABCDEFGH] é um cubo.
M é um ponto de [AD].
Construa a intersecção das faces do cubo com um plano paralelo ao plano ACH que passa por M.

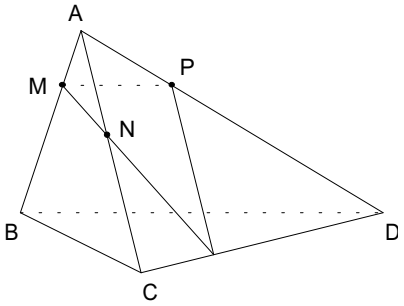


A construção está errada, pois um plano intersecta planos paralelos segundo rectas paralelas.

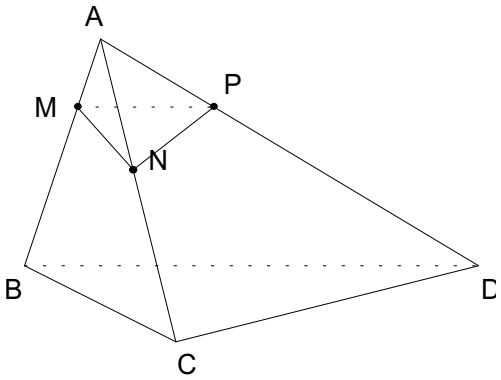
Isto é, o plano ABC intersectará o plano ACH e o plano paralelo a este que passa por M segundo duas rectas paralelas.

Logo, a intersecção na face [ABCD] será um segmento de recta paralelo à diagonal [AC]; na face [DCGH] será um segmento de recta paralelo à diagonal [CH]; na face [AEHD] será um segmento de recta paralelo à diagonal [AH].

O plano considerado intersecta o cubo segundo o triângulo [MPQ], de lados paralelos ao triângulo [ACH].



c) [ABCD] é um tetraedro.
M é um ponto de [AB], N é um ponto de [AC] e P um ponto de [AD].
Construa a intersecção das faces do tetraedro com o plano MNP.



A construção está errada, pois sendo N e P dois pontos da face [ACD] a secção nesta face será um segmento de recta da recta NP.

O plano MNP intersecta o tetraedro segundo o triângulo [MNP].

O Professor