

Nome: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_

### 6, da página 81 (Infinito 10)

6. Para responder às questões seguintes, utilize, para além do desenho de um cubo em perspectiva, um modelo em cartão ou outro material que deve construir.

- i) Seja  $I$  o ponto médio do segmento  $[BC]$ . Construa, em seguida, a intersecção da recta  $EI$  com o plano  $ABG$ . Construa a intersecção dos planos  $DEI$  e  $ABG$ .

*A recta  $EI$  é uma recta do plano  $EIB$  ( $EIBF$ ).*

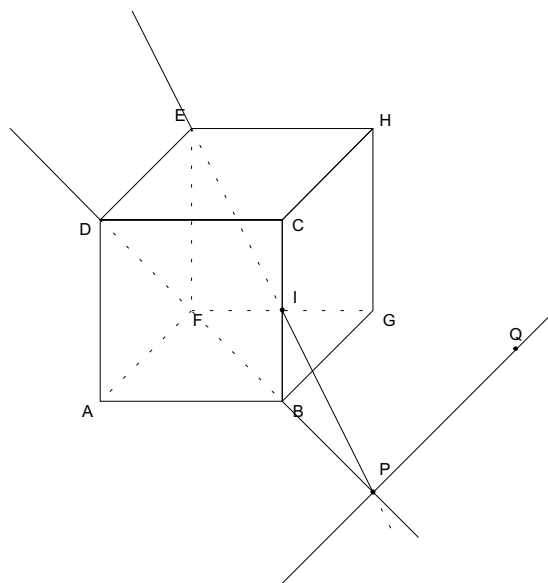
*A recta  $BF$  é uma recta do plano  $ABG$  (plano que contém a base do cubo).*

*Logo, a intersecção dos planos  $EIB$  e  $ABG$  é a recta  $BF$ .*

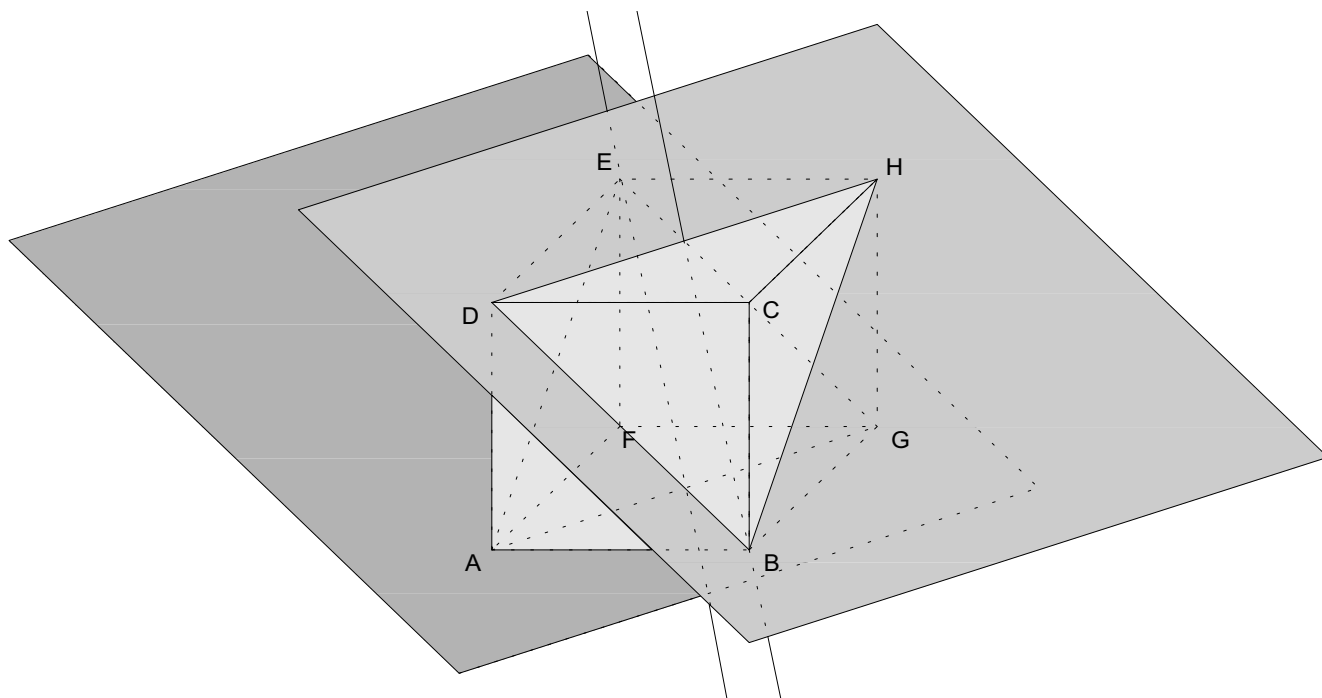
*Como  $P$  pertence à recta  $EI$  e ao plano  $ABG$ , é este ponto  $P$  a intersecção da recta  $EI$  com o plano  $ABG$ .*

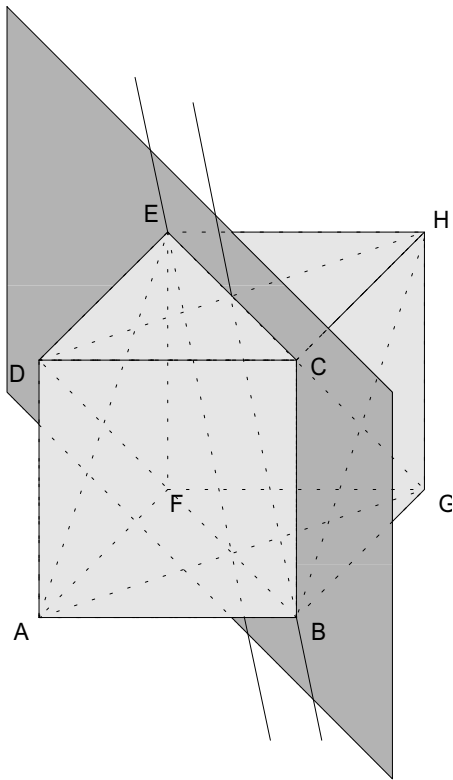
*O plano  $DEI$  é um plano que intersecta dois planos paralelos:  $DEH$  e  $ABG$ .*

*Logo, a intersecção destes planos pelo plano  $DEI$  consistirá em duas rectas paralelas: a recta  $DE$  e outra paralela a esta e que contém o ponto  $P$  - a recta  $PQ$ .*



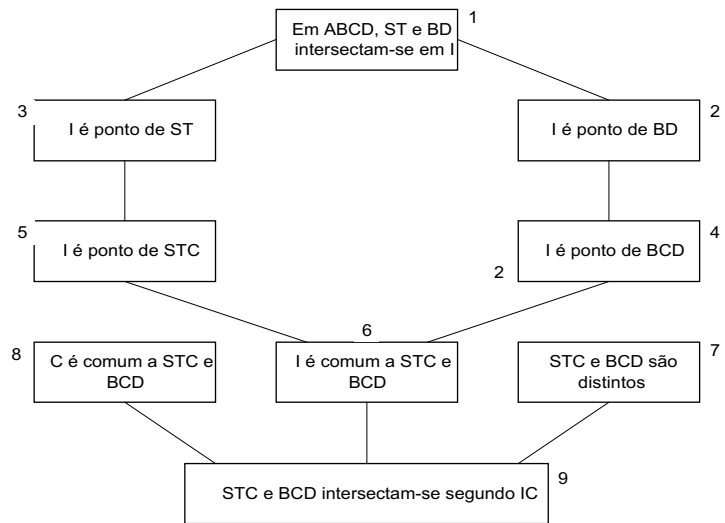
- j) Utilizando duas cores represente os planos  $BDH$  e  $AEG$ . Estes dois planos intersectam o plano  $BCE$  segundo duas rectas. Faça uma figura representando no plano  $BCE$  o rectângulo  $[BCEF]$  e as duas rectas. Os planos  $BDH$  e  $AEG$  são secantes? São paralelos?





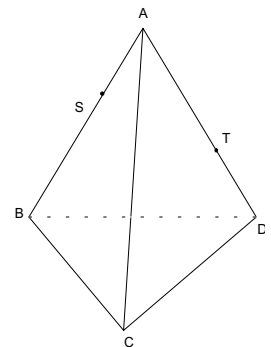
Os planos são paralelos, pois em cada um deles existe um par de rectas concorrentes paralelas ao outro.

Com efeito, as rectas  $DB$  e  $DH$ , concorrentes e do plano  $BDH$ , são paralelas respectivamente às rectas concorrentes  $GE$  e  $GA$  do plano  $AGE$ .



### 7, da página 82 (Infinito 10)

7.  $[ABCD]$  é um tetraedro.  $S$  é um ponto de  $[AB]$ ,  $T$  um ponto de  $[AD]$  distintos dos vértices do tetraedro. Supõe-se ainda que as rectas  $ST$  e  $BD$  não são paralelas. Determine a intersecção dos planos  $STC$  e  $BCD$ . Redija a demonstração com a ajuda do organigrama dedutivo acima indicado.



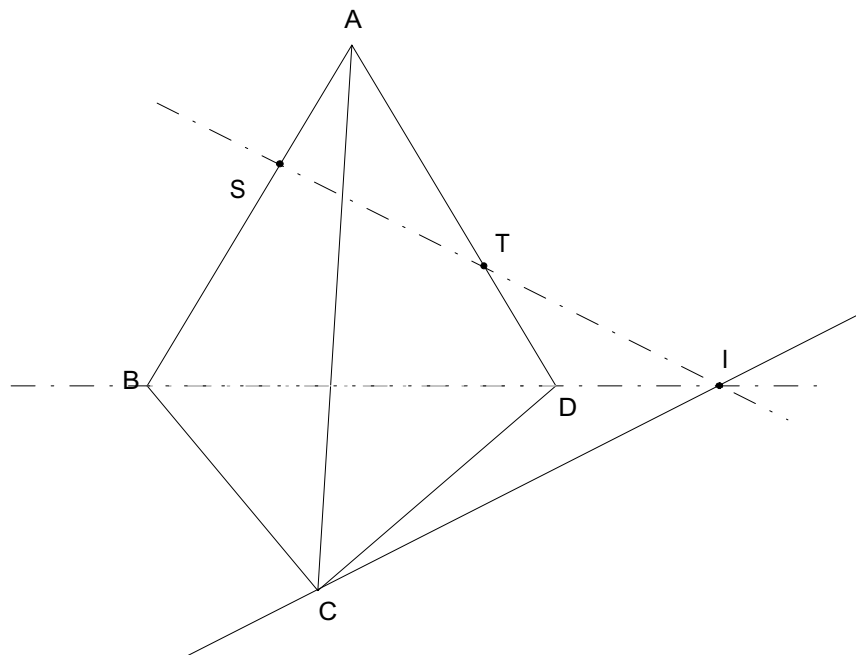
As rectas  $ST$  e  $BD$ , do plano  $ABD$ , intersectam-se no ponto  $I$ .

Portanto,  $I$  é um ponto comum aos planos  $STC$  e  $BDC$ , pois esse ponto é a intersecção de duas rectas, uma de cada um desses planos.

Por outro lado, o ponto  $C$  é outro ponto comum aos planos  $STC$  e  $BCD$ .

Logo, a recta  $CI$  é a recta de intersecção dos planos  $STC$  e  $BCD$ .

(A demonstração pode ser criada seguindo a numeração crescente assinalada no organigrama.)



### 8, da página 83 (Infinito 10)

8. Considere a pirâmide pentagonal regular [PABCDE].  
Determine a intersecção dos planos PAB e PCD.

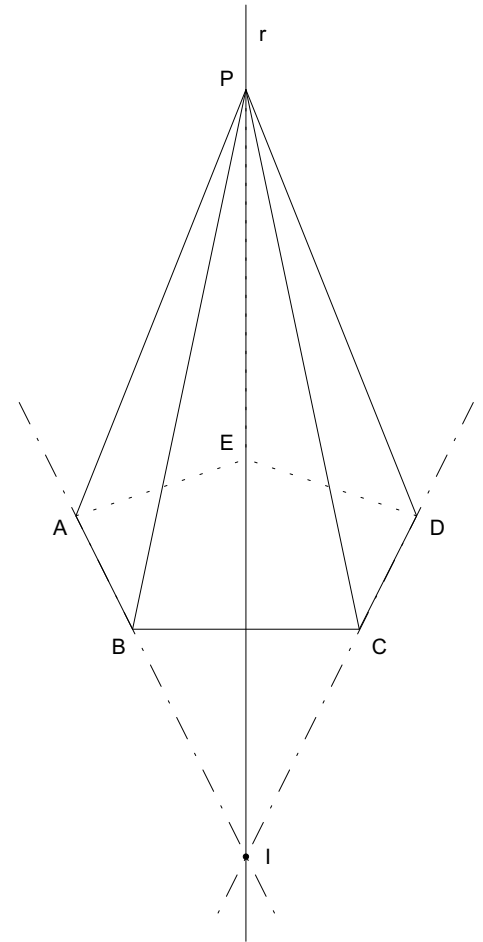
As rectas AB e CD, do plano ABC, intersectam-se no ponto I.

Portanto, I é um ponto comum aos planos PBC e PCD, pois esse ponto é a intersecção de duas rectas, uma de cada um desses planos.

Por outro lado, o ponto P é outro ponto comum aos planos PBC e PCD.

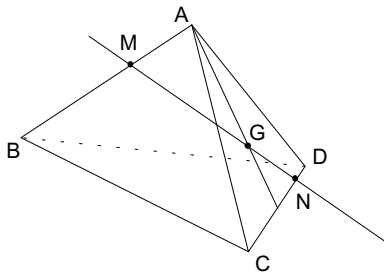
Logo, a recta r (PI) é a recta de intersecção dos planos PBC e PCD.

(Considerando os dez passos da resolução apresentados no livro, o seu encadeamento lógico poderá ser: 2-3-1-10-6-4-5-7-9-8.)



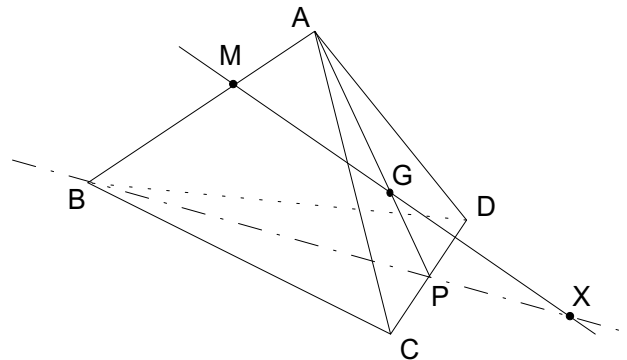
### 10, da página 84 (Infinito 10)

10. Seguem-se três enunciados e três figuras dadas como resposta.  
As três construções estão erradas.  
Detecte o erro de construção.



- a) [ABCD] é um tetraedro.  
Os pontos B, C e D estão no plano  $\alpha$ .  
M é um ponto de [AB] e G é o centro de gravidade (ponto de intersecção das medianas) da face [ACD].  
Construa o ponto N, intersecção da recta MG com o plano  $\alpha$ .

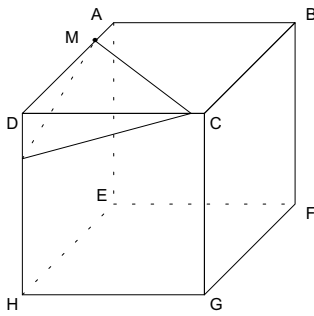
A construção está errada, pois, sendo N e G dois pontos do plano ACD, a recta MG intersectaria esse plano em dois pontos distintos.



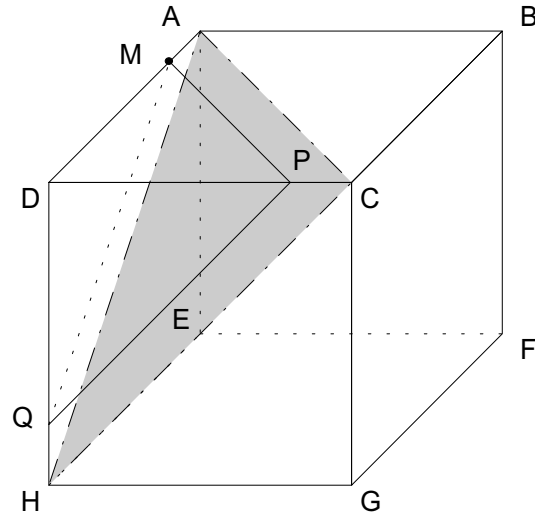
Consideremos o plano MGB, ao qual pertencem as rectas MG e AG.

A intersecção do plano MGB com o plano  $\alpha$  é a recta BP, pois B e P são pontos comuns distintos desses dois planos.

Logo, o ponto de intersecção da recta MG com o plano  $\alpha$  é o ponto X, pois toda a recta do plano MGB intersectará o plano  $\alpha$  num ponto comum aos dois planos (recta BP).



- b) [ABCDEFGH] é um cubo.  
 M é um ponto de [AD].  
 Construa a intersecção das faces do cubo com um plano paralelo ao plano ACH que passa por M.

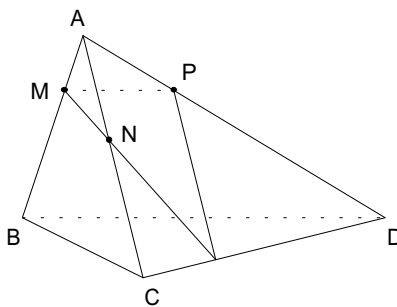


*A construção está errada, pois um plano intersecta planos paralelos segundo rectas paralelas.*

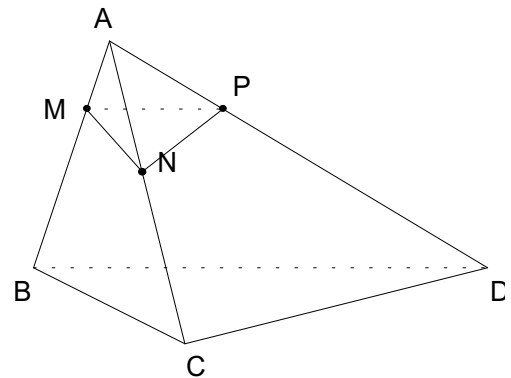
*Isto é, o plano ABC intersectará o plano ACH e o plano paralelo a este que passa por M segundo duas rectas paralelas.*

*Logo, a intersecção na face [ABCD] será um segmento de recta paralelo à diagonal [AC]; na face [DCGH] será um segmento de recta paralelo à diagonal [CH]; na face [AEHD] será um segmento de recta paralelo à diagonal [AH].*

*O plano considerado intersecta o cubo segundo o triângulo [MPQ], de lados paralelos ao triângulo [ACH].*



- c) [ABCD] é um tetraedro.  
 M é um ponto de [AB], N é um ponto de [AC] e P um ponto de [AD].  
 Construa a intersecção das faces do tetraedro com o plano MNP.



*A construção está errada, pois sendo N e P dois pontos da face [ACD] a secção nesta face será um segmento de recta da recta NP.*

*O plano MNP intersecta o tetraedro segundo o triângulo [MNP].*