Escola Secundária/2,3 da Sé-Lamego

Proposta de Resolução da Ficha de Trabalho do GAVE

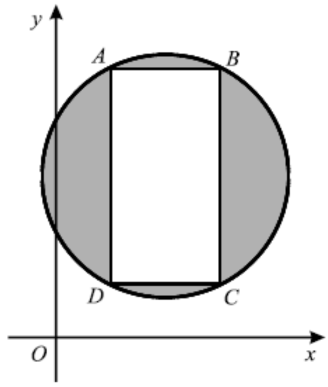
Ano Lectivo 2009/10 *Geometria 2* **10.º Ano**

Nome: ______________________ *N.º:* _____ *Turma:* ___

1.

a)

Comecemos por determinar as coordenadas dos pontos A e B:



$$\begin{cases}(x-2)^2+(y-3)^2=5\\ y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x-2)^2+(5-3)^2=5\\ y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x-2)^2=1\\ y=5\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x-2=\pm1\\ y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ y=5\end{cases}\vee\begin{cases}x=3\\ y=5\end{cases}$$

Portanto, $A(1,5)$ e $B(3,5)$.

Os pontos D e C possuem ordenadas inferiores a 5 e abcissas iguais às dos pontos A e B, respectivamente, já que as rectas AD e BC são perpendiculares à recta AB. Assim, temos:

$$\begin{cases}(x-2)^2+(y-3)^2=5\\ x=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(1-2)^2+(y-3)^2=5\\ x=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(y-3)^2=4\\ x=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y-3=\pm2\\ x=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=1\\ x=1\end{cases}\vee\begin{cases}y=5\\ x=1\end{cases}$$

$$\begin{cases}(x-2)^2+(y-3)^2=5\\ x=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(3-2)^2+(y-3)^2=5\\ x=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(y-3)^2=4\\ x=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y-3=\pm2\\ x=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=1\\ x=3\end{cases}\vee\begin{cases}y=5\\ x=3\end{cases}$$

Portanto, $C(3,1)$ e $D(1,1)$.

b)

Determinemos as coordenadas dos pontos de intersecção da circunferência com o eixo *Oy*:

$$\begin{cases}(x-2)^2+(y-3)^2=5\\ x=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(0-2)^2+(y-3)^2=5\\ x=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(y-3)^2=1\\ x=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y-3=\pm1\\ x=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=2\\ x=0\end{cases}\vee\begin{cases}y=4\\ x=0\end{cases}$$

Esses pontos são $E(0,2)$ e $F(0,4)$.

Dado que $\overline{AB}=\overline{EF}=2$, então as cordas [AB] e [EF] são geometricamente iguais. Logo, as áreas consideradas são iguais, pois são delimitadas por cordas geometricamente iguais da mesma circunferência.

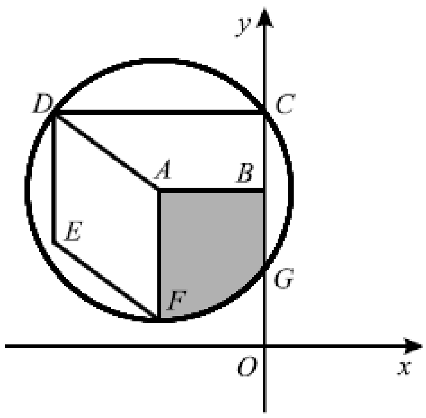
c)

Uma condição que define a região considerada é: $(x-2)^2+(y-3)^2\le5 \quad\wedge\quad (x\le1\vee x\ge3\vee y\le1\vee y\ge5)$.

2.

a)

O ponto C (e G também) possui abcissa nula, logo:



$$\begin{cases}(x+4)^2+(y-6)^2=25\\ x=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(0+4)^2+(y-6)^2=25\\ x=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(y-6)^2=9\\ x=0\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}y-6=\pm3\\ x=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=3\\ x=0\end{cases}\vee\begin{cases}y=9\\ x=0\end{cases}$$

Portanto, $C(0,9)$ (e $G(0,3)$), c.q.m..

Como a corda [CD] é paralela ao eixo *Ox*, o ponto D tem a mesma ordenada que o ponto C. Assim, temos:

$$\begin{cases}(x+4)^2+(y-6)^2=25\\ y=9\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(x+4)^2+(9-6)^2=25\\ y=9\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(x+4)^2=16\\ y=9\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x+4=\pm 4\\ y=9\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=0\\ y=9\end{cases} \vee \begin{cases}x=-8\\ y=9\end{cases}$$

Logo, $D(-8,9)$, c.q.m..

b)

A mediatriz do segmento de recta [AD] é o lugar geométrico dos pontos $P(x,y)$ do plano coordenado equidistantes de $A(-4,6)$ e $D(-8,9)$. Assim, vem:

$$\begin{aligned}\overline{PA}=\overline{PD} &\Leftrightarrow \sqrt{(x+4)^2+(y-6)^2}=\sqrt{(x+8)^2+(y-9)^2}\\ &\Leftrightarrow (x+4)^2+(y-6)^2=(x+8)^2+(y-9)^2\\ &\Leftrightarrow \cancel{x^2}+8x+16+\cancel{y^2}-12y+36=\cancel{x^2}+16x+64+\cancel{y^2}-18y+81\\ &\Leftrightarrow 6y-8x-93=0\\ &\Leftrightarrow y=\frac{4}{3}x+\frac{31}{2}\end{aligned}$$

A equação da mediatriz de [AD], na forma pedida, é $y=\frac{4}{3}x+\frac{31}{2}$.

c)

Uma condição que define a região considerada é: $(x+4)^2+(y-6)^2\le 25 \quad \wedge \quad -4\le x\le 0 \quad \wedge \quad y\le 6$.

d)

$P_{[ABCD]}=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}=4+3+8+5=20$.

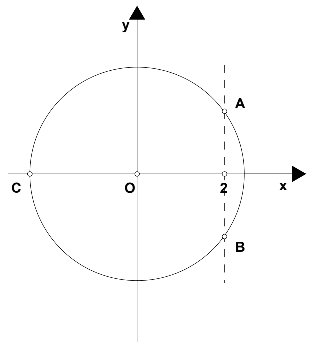
e)

Como um losango tem os lados iguais, então $\overline{DE}=\overline{DA}=\overline{AF}=5$.
Como os lados opostos de um losango são paralelos, então [DE] é também paralelo ao eixo *Oy*.

Assim, $F(-4,1)$ e $E(-8,4)$.

Logo, $A_{[ADEF]}=\frac{\overline{DF}\times\overline{AE}}{2}=\frac{\sqrt{(-8+4)^2+(9-1)^2}\times\sqrt{(-4+8)^2+(6-4)^2}}{2}=\frac{\sqrt{16+64}\times\sqrt{16+4}}{2}=\frac{4\sqrt{5}\times\cancel{2}\sqrt{5}}{\cancel{2}}=20$.

3.



a)

$$\begin{cases}x^2+y^2=6\\ x=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}4+y^2=6\\ x=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y^2=2\\ x=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=-\sqrt{2}\\ x=2\end{cases} \vee \begin{cases}x=\sqrt{2}\\ x=2\end{cases}$$

Portanto, $A(2,\sqrt{2})$ e $B(2,-\sqrt{2})$.

b)

Seja $M(2,0)$ o ponto médio do segmento de recta [AB].

Ora, $\frac{A_{[ABC]}}{2}=\frac{1}{2}\times\frac{\overline{AB}\times\overline{CM}}{2}=\frac{2\sqrt{2}\times(\sqrt{6}+2)}{4}=\frac{\sqrt{12}+2\sqrt{2}}{2}=\frac{2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}+\sqrt{3}\simeq 3{,}146264$.
Portanto, metade da área do triângulo [ABC] é um valor aproximado de π com erro inferior a 0,01.

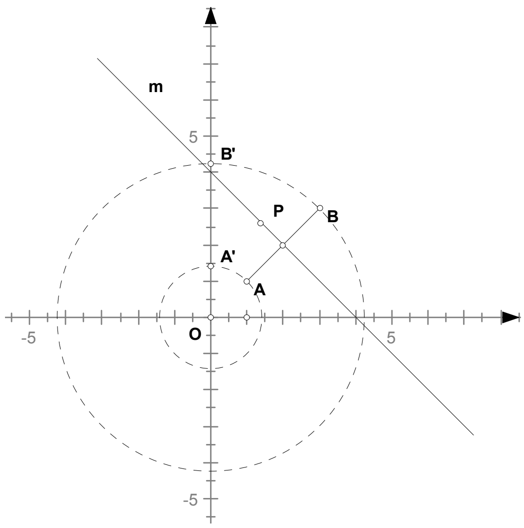
4.

a)

A mediatriz do segmento de recta [AB] é o lugar geométrico dos pontos $Q(x,y)$ do plano coordenado equidistantes de $A(1,1)$ e $B(3,3)$. Assim, vem:

$$\begin{aligned}
\overline{QA}=\overline{QB} &\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2}=\sqrt{(x-3)^2+(y-3)^2}\\
&\Leftrightarrow (x-1)^2+(y-1)^2=(x-3)^2+(y-3)^2\\
&\Leftrightarrow \cancel{x^2}-2x+1+\cancel{y^2}-2y+1=\cancel{x^2}-6x+9+\cancel{y^2}-6y+9\\
&\Leftrightarrow 4x+4y-16=0\\
&\Leftrightarrow y=-x+4
\end{aligned}$$

Uma equação da mediatriz de [AB] é $y=-x+4$.



Como a ordenada de P é dupla da abcissa e P é um ponto da recta m, mediatriz de [AB], vem:

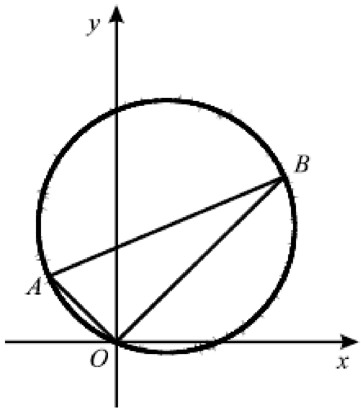
$$\begin{cases} y=-x+4 \\ y=2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x=-x+4 \\ y=2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{4}{3} \\ y=\dfrac{8}{3} \end{cases}$$

Logo, $P(\frac{4}{3},\frac{8}{3})$.

b)

$$\begin{aligned}
A &= \frac{A_{Círgulo\,Grande}-A_{Círculo\,Pequeno}}{8}\\
&= \frac{\pi\times(3\sqrt{2})^2-\pi\times(\sqrt{2})^2}{8}\\
&= \frac{18\pi-2\pi}{8}\\
&= 2\pi
\end{aligned}$$

5.



a)

Considerando $A(-x,x)$, com $x>0$, será $B(x+3,x+3)$, com $x>0$.
Logo, $\overline{AO}=x\sqrt{2}$ e $\overline{BO}=(x+3)\sqrt{2}$, com $x>0$.

Assim, considerando que $A_{[AOB]}=10$ e que é rectângulo em O, temos:

$$\begin{cases} \dfrac{x\sqrt{2}\times(x+3)\sqrt{2}}{2}=10 \\ x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x+3)=10 \\ x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{-3\mp\sqrt{9+40}}{2} \\ x>0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{-3\mp 7}{2} \\ x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-5 \vee x=2 \\ x>0 \end{cases} \Leftrightarrow x=2$$

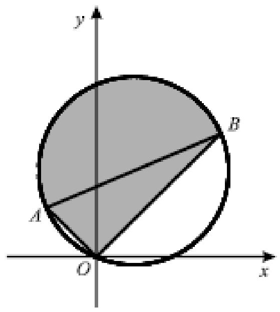
Logo, $A(-2,2)$ e $B(5,5)$.

b)

As semi-rectas $\dot{O}A$ e $\dot{O}B$ são perpendiculares. Logo, o ângulo inscrito AOB é recto, pelo que o arco AB tem 180º de amplitude. Portanto, [AB] é um diâmetro da circunferência.

d)

Ver figura à direita.



c)

A altura do triângulo $[AOB]$, relativa à base $[AB]$ é também a altura dos triângulos $[AMO]$ e $[OMB]$, relativa às bases $[AM]$ e $[MB]$, respectivamente. Como estas duas bases são iguais, os dois triângulos têm bases iguais e alturas iguais, pelo que têm áreas iguais.

<u>Outro processo</u>: Traçando a altura do triângulo $[OMB]$ a partir de M, o triângulo $[OMB]$ fica dividido em dois triângulos geometricamente iguais, semelhantes ao triângulo $[AOB]$. Como M é o ponto médio do segmento $[AB]$, a razão de semelhança é igual a $\frac{1}{2}$ e, portanto, a área de cada um destes dois triângulos é igual a $\frac{1}{4}$ da área do triângulo $[AOB]$. Assim, a área do triângulo $[OMB]$ é metade da área do triângulo $[AOB]$, pelo que as áreas dos triângulos $[AMO]$ e $[OMB]$ são iguais.

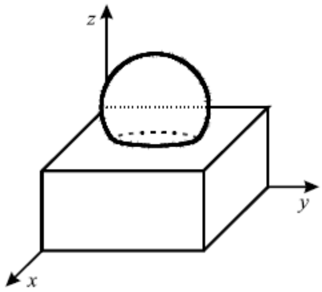
6.

Sendo $Q(x,y)$ e $P(0,1)$, então $\overline{PQ} = \sqrt{x^2 + (y-1)^2}$.

Considerando que $x^2 = 4y$, vem $\overline{PQ} = \sqrt{4y + (y-1)^2} = \sqrt{4y + y^2 - 2y + 1} = \sqrt{y^2 + 2y + 1} = \sqrt{(y+1)^2}$.

Dado que a condição $x^2 = 4y$ impõe que $y \geq 0$, já que $x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$, então $\overline{PQ} = \sqrt{(y+1)^2} = y + 1$, com $y \geq 0$.

7.



a)

$A_T = 2 \times (30 \times 30) + 2 \times (30 \times 15) + 2 \times (30 \times 15) = 3600$.

b)

O plano mediador da diagonal espacial [OA] é o lugar geométrico dos pontos $P(x,y,z)$ do espaço equidistantes de $O(0,0,0)$ e $A(30,30,15)$.
Assim, vem:

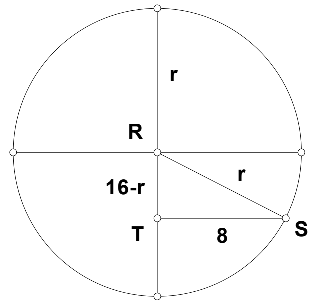
$$\begin{aligned}
\overline{PO} = \overline{PA} \quad &\Leftrightarrow \quad \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{(x-30)^2 + (y-30)^2 + (z-15)^2} \\
&\Leftrightarrow \quad x^2 + y^2 + z^2 = (x-30)^2 + (y-30)^2 + (z-15)^2 \\
&\Leftrightarrow \quad \cancel{x^2} + \cancel{y^2} + \cancel{z^2} = \cancel{x^2} - 60x + 900 + \cancel{y^2} - 60y + 900 + \cancel{z^2} - 30z + 225 \\
&\Leftrightarrow \quad 60x + 60y + 30z = 2025 \\
&\Leftrightarrow \quad 4x + 4y + 2z = 135
\end{aligned}$$

c)

Uma condição que define a face do prisma contida no plano *xOz* é:

$$0 \leq x \leq 30 \quad \wedge \quad y = 0 \quad \wedge \quad 0 \leq z \leq 15$$

d)



Consideremos a secção produzida na esfera pelo plano de equação $x = 15$, representada na figura ao lado.
Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo rectângulo [RST], vem:

$$8^2 + 16^2 - 32r + r^2 = r^2 \Leftrightarrow r = \frac{320}{32} \Leftrightarrow r = 10$$

Deste modo, a esfera tem de raio 10 unidades e centro em $R(15,15,21)$.

Assim, a condição $(x-15)^2 + (y-15)^2 + (z-21)^2 \leq 100 \quad \wedge \quad z \geq 15$ define o sólido que é parte da esfera.

8.

a)

O centro da superfície esférica é $C(1,1,1)$ e o raio é $r = 1+\sqrt{3} - z_C = 1+\sqrt{3} - 1 = \sqrt{3}$.

Logo, $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 3$ é uma equação dessa superfície esférica.

Seja $Q(a,a,a)$ o ponto genérico de coordenadas iguais que pertence a essa superfície esférica. Deste modo, as coordenadas desse ponto terão de verificar a equação anterior:

$$(a-1)^2 + (a-1)^2 + (a-1)^2 = 3 \Leftrightarrow (a-1)^2 = 1 \Leftrightarrow a-1 = \mp 1 \Leftrightarrow a = 0 \vee a = 2$$

Portanto, esses dois pontos são $Q_1(0,0,0)$ e $Q_2(2,2,2)$.

b)

Determinemos as coordenadas do ponto médio do segmento $[Q_1Q_2]$: $M_{[Q_1Q_2]} = \left(\frac{2+0}{2},\frac{2+0}{2},\frac{2+0}{2}\right) = (1,1,1,)$.

Dado que o ponto médio do segmento $[Q_1Q_2]$ é o centro da superfície esférica, então o segmento de recta cujos extremos são os pontos da superfície esférica que têm as três coordenadas iguais é um diâmetro dessa superfície esférica.

<u>Alternativa</u>: Mostre que $\overline{Q_1Q_2} = 2r$, isto é, $\overline{Q_1Q_2} = 2\sqrt{3}$.

c)

A diagonal espacial do cubo inscrito nessa superfície esférica é um diâmetro dessa superfície esférica.

Dado que o comprimento da diagonal espacial de um cubo é $\sqrt{3}$ vezes superior ao comprimento da sua aresta, isto é, $\frac{d_e}{a} = \sqrt{3}$, então o comprimento da aresta desse cubo é: $a = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2$.

Logo, o volume desse cubo é $V_C = 2^3 = 8$ (unidades de volume).

9.

a)

Para P pertencer ao 3.º octante (não incluindo os planos coordenados) terá de ser:

$$\begin{cases} 1-a<0 \\ a-2<0 \\ \sqrt{5}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a>1 \\ a<2 \end{cases} \Leftrightarrow a \in \left]1,2\right[$$

b)

Uma equação da superfície esférica considerada é $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 25$.

Para que o ponto P pertença à superfície esférica, as suas coordenadas terão de verificar a equação dessa superfície esférica. Assim, será:

$$\begin{aligned} (1-a-1)^2 + (a-2+4)^2 + (\sqrt{5})^2 = 25 \quad &\Leftrightarrow \quad a^2 + a^2 + 4a + 4 + 5 = 25 \\ &\Leftrightarrow \quad a^2 + 2a - 8 = 0 \\ &\Leftrightarrow \quad a = \frac{-2 \pm \sqrt{4+32}}{2} \\ &\Leftrightarrow \quad a = \frac{-2 \pm 6}{2} \\ &\Leftrightarrow \quad a = -4 \vee a = 2 \end{aligned}$$

c)

Como Q é o ponto simétrico do ponto P, em relação ao eixo das ordenadas, então $Q(a-1, a-2, -\sqrt{5})$.

Ora, $\overline{PQ} = \sqrt{(1-a-a+1)^2 + 0^2 + (\sqrt{5}+\sqrt{5})^2} = \sqrt{(2-2a)^2 + (2\sqrt{5})^2} = \sqrt{4-8a+4a^2+20} = 2\sqrt{a^2-2a+6}$.

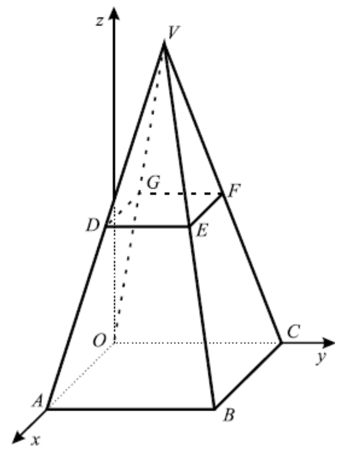
Como $l = \frac{d}{\sqrt{2}}$, então a área desse quadrado é $A = \left(\frac{2\sqrt{a^2-2a+6}}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{4(a^2-2a+6)}{2} = 2a^2 - 4a + 12$ (u.a.).

10.

a)

Ora,

$$x^2+y^2+z^2-4x-4y-16z=0 \Leftrightarrow (x-2)^2-4+(y-2)^2-4+(z-8)^2-64=0$$
$$\Leftrightarrow (x-2)^2+(y-2)^2+(z-8)^2=72$$



Portanto, a superfície esférica considerada tem vértice em $V(2,2,8)$ e raio $r=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$ unidades.

Como a pirâmide é regular, o centro da base [OABC] é $V'(2,2,0)$ e $A(4,0,0)$, $B(4,4,0)$ e $C(0,4,0)$.

A altura da pirâmide é:

$$\begin{aligned}\overline{VV'} &= \sqrt{\overline{VA}^2-\overline{V'A}^2}\\ &= \sqrt{(6\sqrt{2})^2-(2\sqrt{2})^2}\\ &= \sqrt{72-8}\\ &= 8\end{aligned}$$

Portanto, o seu volume é $V_P=\frac{1}{3}\times 4^2\times 8=\frac{128}{3}$ (u.v.).

b)

Como $\frac{V_{[VDEFG]}}{V_{[VOABC]}}=\frac{1}{8}$, então a razão r_s entre os comprimentos das arestas correspondentes é tal que $(r_s)^3=\frac{1}{8}$, donde $r_s=\frac{1}{2}$. Assim, D, E, F e G são os pontos médios das arestas laterais da pirâmide [VOABC].

Logo, $D(\frac{4+2}{2},\frac{0+2}{2},\frac{0+8}{2})=(3,1,4)$, $E(\frac{4+2}{2},\frac{4+2}{2},\frac{0+8}{2})=(3,3,4)$, $F(\frac{0+2}{2},\frac{4+2}{2},\frac{0+8}{2})=(1,3,4)$ e $G(\frac{0+2}{2},\frac{0+2}{2},\frac{0+8}{2})=(1,1,4)$.

c)

O diâmetro considerado dessa esfera tem por extremos os centros das bases das duas pirâmides, ou seja, $V'(2,2,0)$ e $V''(2,2,4)$. Por isso, essa esfera tem raio $r=\frac{\overline{V'V''}}{2}=2$ e centro no ponto médio do segmento de recta [V'V''], $C'(\frac{2+2}{2},\frac{2+2}{2},\frac{0+4}{2})=(2,2,2)$.

Assim, a condição $(x-2)^2+(y-2)^2+(z-2)^2\leq 4$ define a esfera considerada.

d)

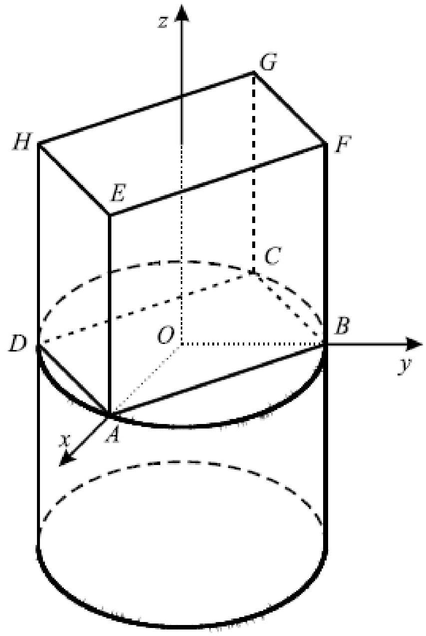
A linha descrita pelo ponto V quando a pirâmide dá uma volta completa em torno da aresta [AO] é uma circunferência com centro no ponto A', ponto médio do segmento de recta [AO], e raio [VA'].

Ora, $A'(2,0,0)$ e $\overline{VA'}=\sqrt{(2-2)^2+(2-0)^2+(8-0)^2}=\sqrt{4+64}=\sqrt{68}=2\sqrt{17}$.

Essa circunferência pode ser definida pela intersecção da superfície esférica de centro e raio anteriormente referidos com o plano que contém o ponto A' e é paralelo ao plano coordenado *yOz*:

$$(x-2)^2+y^2+z^2=68 \quad \wedge \quad x=2$$

11.



a)

Designando por d o comprimento da diagonal facial do cubo, vem:

$$
\begin{aligned}
V_S = 32(\pi+2) \quad &\Leftrightarrow \quad \underbrace{\left(\frac{d}{\sqrt{2}}\right)^3}_{V_{Cubo}} + \underbrace{\pi \times \left(\frac{d}{2}\right)^2 \times \frac{d}{\sqrt{2}}}_{V_{Cilindro}} = 32(\pi+2) \\
&\Leftrightarrow \quad \frac{d^3}{2\sqrt{2}} + \pi \times \frac{d^3}{4\sqrt{2}} = 32(\pi+2) \\
&\Leftrightarrow \quad d^3 + \frac{\pi}{2} \times d^3 = 32(\pi+2) \times 2\sqrt{2} \\
&\Leftrightarrow \quad \frac{2+\pi}{2} \times d^3 = 32(\pi+2) \times 2\sqrt{2} \\
&\Leftrightarrow \quad d^3 = \frac{2 \times 32(\cancel{\pi+2}) \times 2\sqrt{2}}{\cancel{2+\pi}} \\
&\Leftrightarrow \quad d^3 = 128\sqrt{2} \\
&\Leftrightarrow \quad d^3 = \sqrt{2^{15}} \\
&\Leftrightarrow \quad d = \sqrt[6]{2^{15}} \\
&\Leftrightarrow \quad d = 4\sqrt[6]{2^3} \\
&\Leftrightarrow \quad d = 4\sqrt{2}
\end{aligned}
$$

Logo, o comprimento da aresta do cubo é $a = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 4$, c.q.m..

b)

As coordenadas dos vértices do cubo são: $A(2\sqrt{2},0,0)$, $B(0,2\sqrt{2},0)$, $C(-2\sqrt{2},0,0)$, $D(0,-2\sqrt{2},0)$, $E(2\sqrt{2},0,4)$, $F(0,2\sqrt{2},4)$, $G(-2\sqrt{2},0,4)$ e $H(0,-2\sqrt{2},4)$.

c1)

A condição $x = 0 \quad \wedge \quad y = -2\sqrt{2} \quad \wedge \quad 0 \le z \le 4$ define analiticamente a aresta [DH].

c2)

A condição $x^2 + y^2 + (z+4)^2 \le 8 \quad \wedge \quad z = -4$ define analiticamente a base inferior do cilindro.

d)

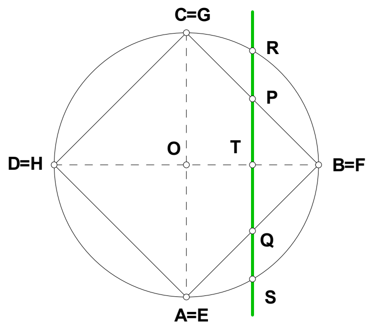
Nas figuras ao lado estão representadas duas vistas (de cima e lateral direita) da secção produzida no sólido (dois rectângulos justapostos) pelo plano considerado.

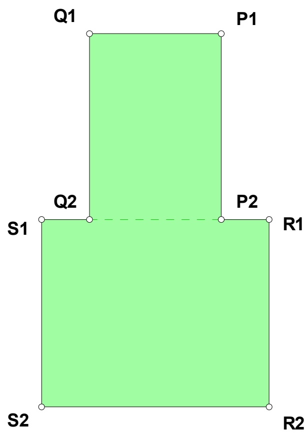
O plano seccionador determina nas bases do cubo dois segmentos de recta ([P1Q1] e [P2Q2]), tais que $\frac{\overline{PQ}}{\overline{AC}} = \frac{1}{2}$ (Tenha em consideração a semelhança dos triângulos [BPQ] e [BAC]).

Por outro lado, $\overline{RT} = \sqrt{\overline{OR}^2 - \overline{OT}^2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{6}$.

Assim, a área da secção determinada pelo plano considerado é:

$$
\begin{aligned}
A &= A_{[Q1P1P2Q2]} + A_{[S1R1R2S2]} \\
&= 2\sqrt{2} \times 4 + 2\sqrt{6} \times 4 \\
&= 8\sqrt{2} + 8\sqrt{6}
\end{aligned}
$$





FIM