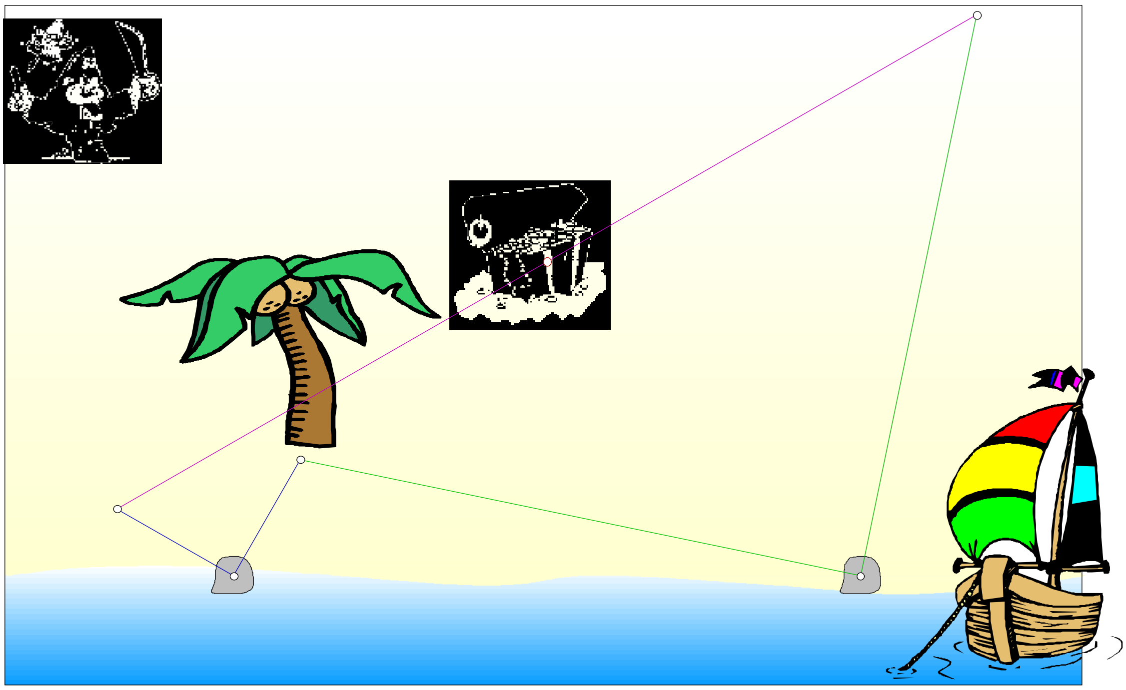
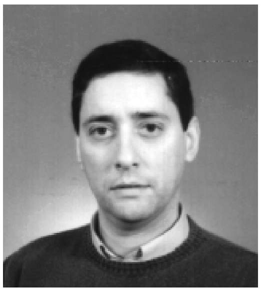
O Tesouro dos Piratas



António Manuel Marques do Amaral
LAMEGO
1999



António Manuel Marques do Amaral

Urbanização da Ortigosa, Bloco 11 - 2.º Esq.

5100 LAMEGO

e-mail: mop16940@mail.telepac.pt

Sócio da APM n.º 2218

José Paulo Viana,

Já passaram algumas semanas (mal recebi a revista) desde que descobri a solução com o *Sktechpad*.

Entretanto vieram as Provas Globais, o final do ano lectivo, o Relatório Crítico, etc.

Como não quero deixar de enviar a minha participação, termino agora apressadamente a apresentação da resolução do problema deste número.

Com os melhores cumprimentos e votos de boas férias,

António Amaral

Conteúdo do ficheiro ZIP

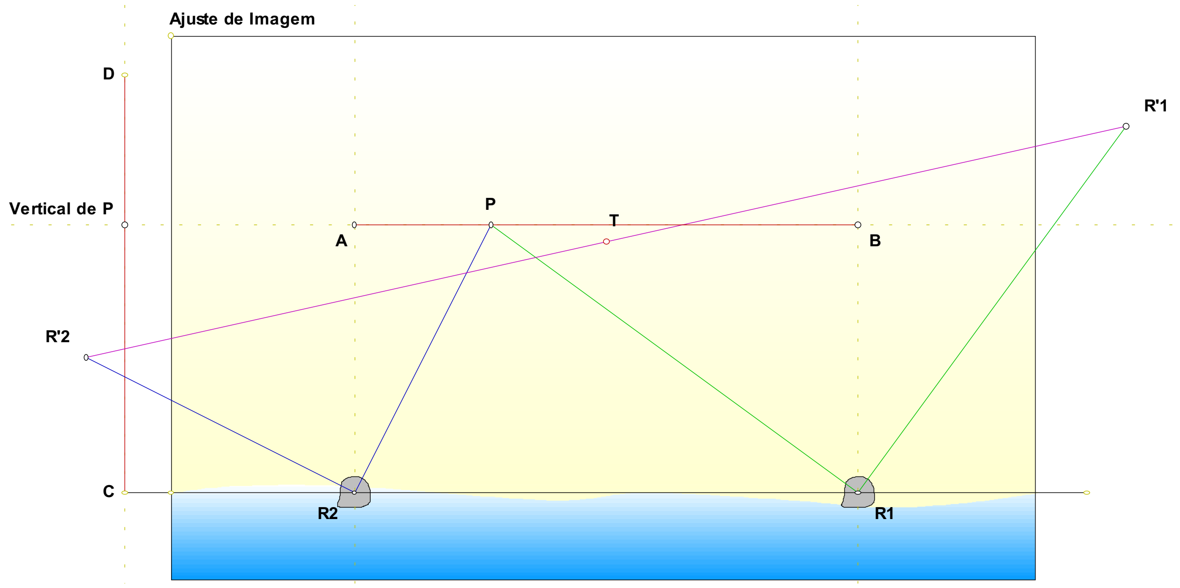
`BRUIVA.DOC`	Ficheiro do Word 97 com o presente documento
`BRUIVA1.GSP`	*Sketch* do Geometer's Sktechpad
`BR.GSS`	*Script* do Geometer's Sktechpad
`BR.GSP`	*Sketch* do Geometer's Sktechpad
`BRFIM.GSP`	*Sketch* do Geometer's Sktechpad
`BRUIVA2.GSP`	*Sketch* do Geometer's Sktechpad
`BRUIVA3.GSP`	*Sketch* do Geometer's Sktechpad
`BR.TXT`	Texto com o *Script* do Geometer's Sktechpad
`BRUIVA.DRW`	Ficheiro do Designer 3.1 com o referencial

O *Sketchpad*

Chegada a revista, logo à primeira leitura do problema achei que era uma boa proposta para o *Sketchpad*.

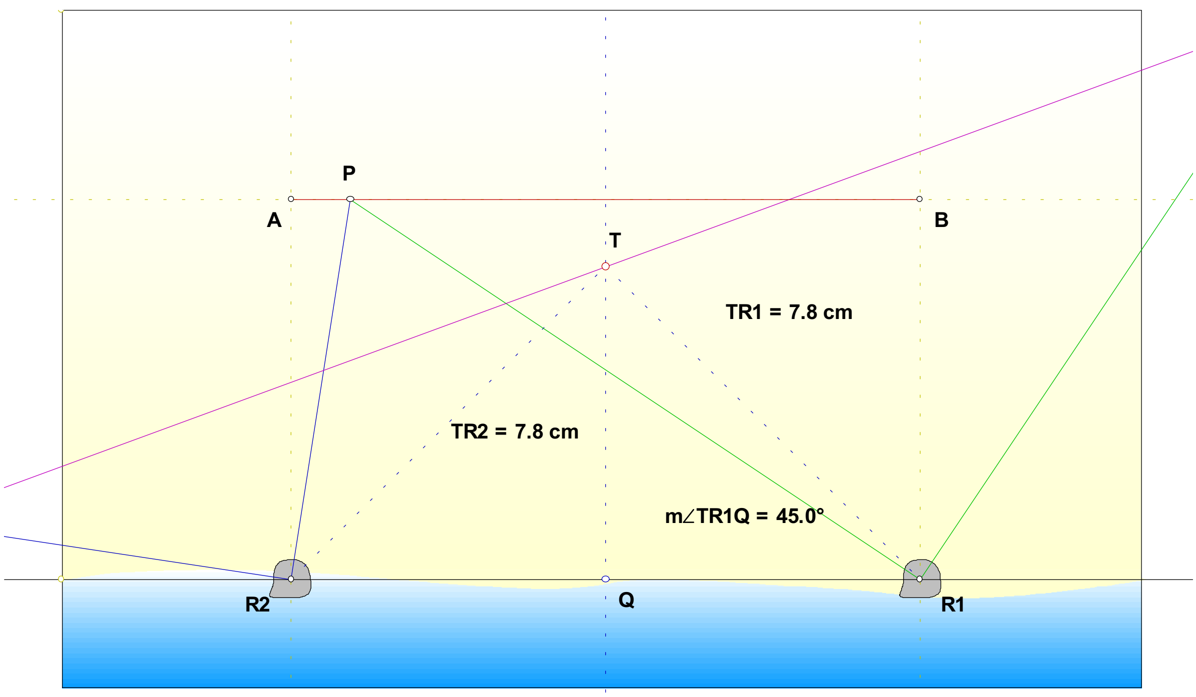
Deitadas mãos à obra, poucos minutos depois surgiu algo inesperado. Não pela provável posição do tesouro, mas sim pela invariância da sua posição.

Mas... inesperado porquê? Claro que não! O Barba-Ruiva é pirata, mas não é burro...



O tesouro parece estar equidistante dos rochedos. Sim é verdade, confirma o *Sketchpad*.

Mas não basta! Mais umas medições... Aí está!



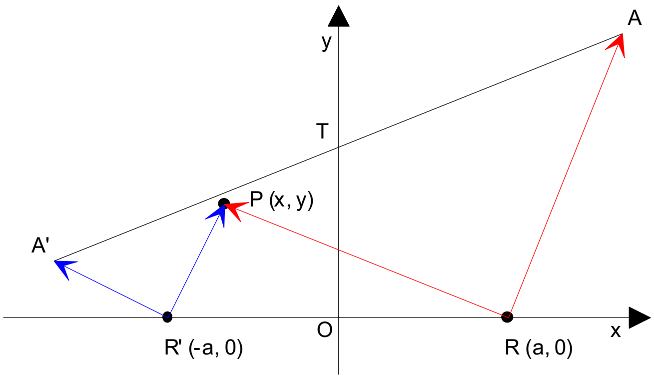
Algum cálculo vectorial

Não é que duvide do Barba-Ruiva, mas há quem goste de alguma certificação.

(Uma certificação geométrica não me parece fácil. Fica para depois...)

Considerando os dados do referencial ao lado, temos $\overrightarrow{RP} = (x-a, y)$ e $\overrightarrow{R'P} = (x+a, y)$.

Logo, será $\overrightarrow{RA} = (y, a-x)$ e $\overrightarrow{R'A'} = (-y, x+a)$.



Assim,

$$A = (a,0) + (y, a-x) = (y+a, a-x) \quad \text{e} \quad A' = (-a,0) + (-y, x+a) = (-y-a, a+x).$$

Logo, as coordenadas do ponto médio do segmento [AA'], isto é de T, serão $(0, a)$, c.q.m..

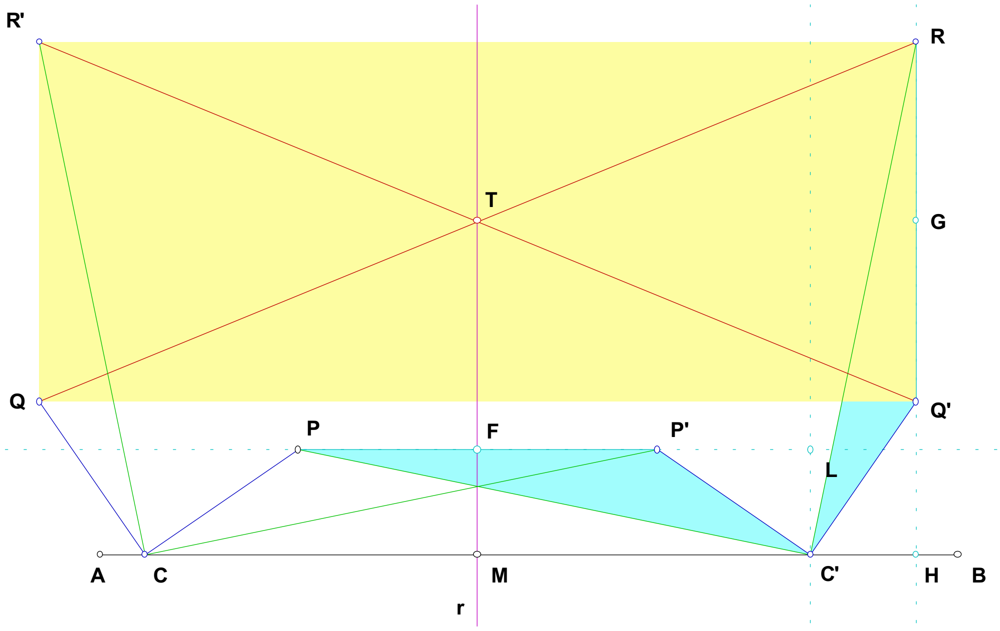
Alguma geometria

Passadas várias semanas, é tempo de terminar a resolução e tentar uma justificação geométrica. Aquela que passo a apresentar não me parece elementar, mas foi a que consegui de momento.

O *script* a seguir descrito, permite a construção apresentada na página seguinte.

```
Br.gss
Given:
   Point A
   Point P
---------------
Steps:
    1. Let B = Image of Point A translated by 15.0 cm at 0.0 degrees.
    2. Let [j] = Segment between Point A and Point B.
    3. Let M = Random point on Segment [j].
    4. Let r = Perpendicular to Segment [j] through Point M.
    5. Let C = Random point on Segment [j].
    6. Let [l] = Segment between Point C and Point P.
    7. Let Q = Image of Point P rotated 90.0 degrees about center Point C.
    8. Let [l'] = Image of Segment [l] rotated 90.0 degrees about center Point C.
    9. Let Q' = Image of Point Q reflected across mirror Line r.
   10. Let [l''] = Image of Segment [l'] reflected across mirror Line r.
   11. Let C' = Image of Point C reflected across mirror Line r.
   12. Let [l'] = Image of Segment [l] reflected across mirror Line r.
   13. Let P' = Image of Point P reflected across mirror Line r.
   14. Let [m] = Segment between Point P and Point C'.
   15. Let [m'] = Image of Segment [m] rotated -90.0 degrees about center Point C'.
   16. Let R = Image of Point P rotated -90.0 degrees about center Point C'.
   17. Let R' = Image of Point R reflected across mirror Line r.
   18. Let [m''] = Image of Segment [m'] reflected across mirror Line r.
   19. Let [m'] = Image of Segment [m] reflected across mirror Line r.
   20. Let P' = Image of Point P reflected across mirror Line r.
   21. Let [p1] = Polygon interior with vertices R', R, Q' and Q.
   22. Let [p] = Segment between Point Q and Point R.
   23. Let [q] = Segment between Point R' and Point Q'.
   24. Let T = Intersection of Segment [q] and Segment [p].
   25. Let [p2] = Polygon interior with vertices P, C' and P'.
   26. Let [p3] = Polygon interior with vertices C', R and Q'.
   27. Let [r] = Segment between Point P and Point P'.
   28. Let F = Midpoint of Segment [r].
   29. Let [s] = Segment between Point Q' and Point R.
   30. Let G = Midpoint of Segment [s].
```

```
31. Let [t] = Perpendicular to Segment [j] through Point Q'.
32. Let H = Intersection of Segment [j] and Line [t].
33. Let [u] = Perpendicular to Segment [j] through Point C'.
34. Let [v] = Perpendicular to Line [u] through Point P'.
35. Let L = Intersection of Line [u] and Line [v].
```



De acordo com a construção efectuada e não esquecendo que a recta r é eixo de simetria da figura, podemos concluir:

1. As diagonais do trapézio isósceles (rectângulo, com efeito (por 2.)) [QQ'RR'] bissectam-se no seu centro, logo **T pertence a r**.

2. Os triângulos [PP'C'] e [RQ'C'] são geometricamente iguais, pois o segundo é a imagem do primeiro na rotação de centro C' e amplitude +90º.

3. Sendo os pontos F e G, respectivamente, os pontos médios dos segmentos [PP'] e [RQ'], então $\overline{FL} = \overline{GH}$.

4. Como $\overline{FL} = \overline{MC} = \overline{MC'} = \overline{GH}$, então $\overline{TM} = \frac{1}{2}\overline{CC'}$.

Assim, resulta que o ponto T pertence à mediatriz de [CC'] e é equidistante dos seus extremos.

O tesouro

Para *roubar* o tesouro ao Barba-Ruiva fazendo um só buraco, proceda do seguinte modo:

Partindo dum dos rochedos e na direcção do outro, caminhe metade da distância que os separa, depois rode 90º no sentido da praia e caminhe a mesma distância que acabou de percorrer. Escave aí, e eis o TESOURO!

Um abraço e boa recompensa!