

sinal de forma irregular, pelo que só pode ser nula no ponto considerado.

Ver exercícios significativos nas Provas Específicas: época normal 1993, Prova 47, questão 2, época especial 1993, Prova 47, questão 4, época especial 1994, Prova 47, questão 4.

- *Determinação da derivada em casos simples (função afim, funções polinomiais do 2º e 3º grau, função racional do 1º grau, função módulo)*
-

Trata-se de continuar a discussão já tida com as taxas de variação. Aqui pode-se concluir a determinação das fórmulas para as derivadas/taxas de variação das funções referidas.

- *Resolução de problemas envolvendo derivadas num contexto de aplicações.*
-

Ver tema 10 de (Guzmán, et al., 1994b) . Ver o exemplo "Curva de aprendizagem de Thurstone", pg. 19, em (Madureira, 1993) , o exemplo "Uma caleira e uma nora" em (Costa & Graça, 1993) , pg. 56, e vários exemplos em (Boltiansky, 1983) .

Exemplo 1:

O custo C (em contos) de construir um apartamento com A metros quadrados de área é dado pela função $C = f(A)$. Qual a interpretação prática de $f'(A)$? E de $f'(120)$? (Resposta: Há duas interpretações interessantes: a mais simples é que $f'(A)$ mede a velocidade de crescimento do custo com o aumento da área do apartamento. Mas, recorrendo à interpretação geométrica da derivada e ao facto de a tangente ser muito próxima do gráfico da função para valores pequenos, pode também dizer-se que o custo do apartamento aumenta $f'(A)$ contos por cada metro quadrado de aumento da área do apartamento, para valores próximos de A)

Exemplo 2:

Em economia, a "utilidade total" refere-se à satisfação total do consumo de um determinado bem. Eis uma citação do famoso livro de Economia de Paul Samuelson, Prémio Nobel da Economia em 1970:

"À medida que se consome mais do mesmo bem, a utilidade (psicológica) total aumenta. Contudo,..., com novas unidades sucessivas do mesmo bem, a sua utilidade total crescerá a uma taxa cada vez mais lenta devido a uma tendência fundamental da capacidade psicológica de as pessoas se tornarem menos entusiastas ao apreciarem mais do mesmo bem."

- (a) Esboçar a utilidade total como função do número de unidades consideradas;
- (b) Em termos de derivadas, o que é Samuelson nos diz?

- *Resolução de problemas envolvendo derivadas num contexto de aplicações.*
-

O uso de problemas envolvendo o conceito físico de velocidade deve tanto quanto possível usar a mesma terminologia que os alunos aprendem na disciplina de Física. Uma designação como "velocidade algébrica" é inaceitável do ponto de vista físico. O Professor Doutor Jorge Valadares afirma:

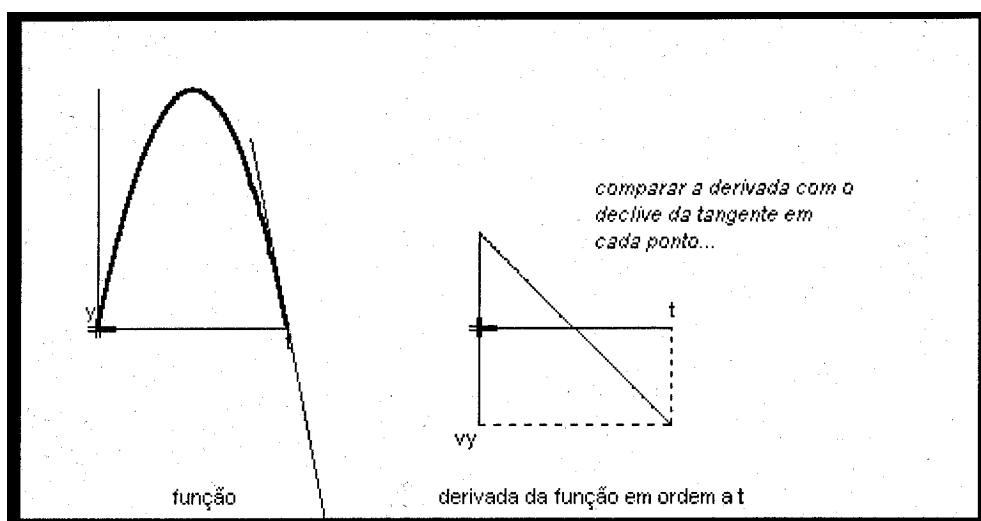
«[Na aula de matemática devem ser usadas com frequência] ... funções "físicas", por exemplo:

- posição numa trajectória rectilínea, em *função* do tempo $x = f(t)$, em que a *taxa média de variação* nos dá a *componente ou coordenada da velocidade média* na trajectória (cuidado que a velocidade média é um vector, e daí eu falar em componente, reparem que a taxa média poder ser negativa se o carro estiver a andar no sentido negativo da trajectória e não há vectores negativos) e a *taxa instantânea* nos dá a *componente ou coordenada da velocidade* (não a medida, valor ou módulo, pela mesma razão).

- distância percorrida sobre uma trajectória em função do tempo, $s = s(t)$ onde s (ao contrário de x no caso anterior) cresce sempre, em que a *taxa média de variação* nos dá a *rapidez média* (sempre positiva ou nula, porque a função nunca decresce, chama-se nas recomendações internacionais *average speed*, não confundir com o *average velocity*) e a *taxa instantânea* nos dá a *rapidez instantânea* ou *valor* ou *módulo* ou *medida da velocidade instantânea* (positiva ou nula como todo o módulo).

Até poderá constituir um bom pretexto para comparar uma função que cresce ou decresce ou mantém-se constante (coordenada x a variar no tempo) com uma função que nunca decresce (distância s percorrida a variar no tempo, não há distâncias percorridas negativas, os conta quilómetros marcam sempre mais!). As letras até convém que variem, umas vezes s , outras vezes d , umas vezes x outras vezes y , se é uma queda de um grave é preferível o y .»

A modelação matemática pode ser trabalhada usando ferramentas informáticas. Uma das que está disponível em português é o programa MODELUS. Por exemplo, para mostrar como varia a velocidade de um objecto que se desloca ao longo de uma trajectória parabólica é possível observar uma recta tangente a deslocar-se sobre a trajectória ao mesmo tempo que é traçado o gráfico representativo do declive da tangente:



Este programa pode ser obtido através de: Vitor Teodoro, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, 2825 Monte da Caparica.

- Operações com funções (soma, diferença, produto, quociente, composição) num contexto do estudo de funções racionais envolvendo polinómios do 2º e 3º grau.