Escola Secundária da Sé-Lamego

Ficha de Trabalho de Matemática

Ano lectivo 2001/02 ***Multiplicação de números complexos*** **12.º Ano**

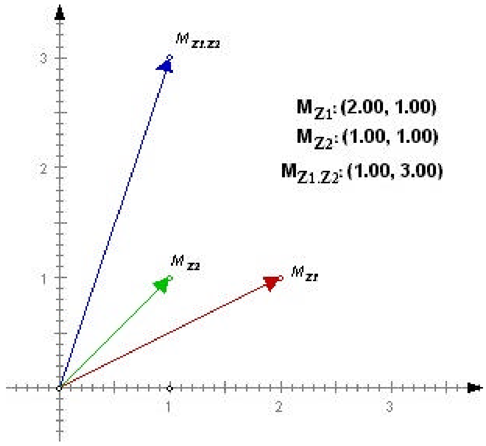
1.ª Parte

1. Comprova que o ***sketch*** **GSP1** permite efectuar a multiplicação de dois números complexos.

Exemplo:

$z_1 = 2+i$ e $z_2 = 1+i$

$$\begin{aligned} z_1 \times z_2 &= (2+i)\times(1+i) \\ &= 2+2i+i+i^2 \\ &= 1+3i \end{aligned}$$



2. Usa o *sketch* GSP1 e considera um número complexo ***z*** qualquer.

a) Representa esse número no plano complexo e representa também o seu produto por:

2   1,5 -1 3   0,5   ...

Interpreta vectorialmente o produto de um número complexo por um número real.

Considera as várias figuras obtidas e interpreta-as com base em transformações geométricas.

b) Representa agora o produto de ***z*** por:

i $2i$ $3i$ $-i$ $-0{,}5i$ ...

Interpreta vectorialmente o produto de um número complexo por um imaginário puro.

Considera as várias figuras obtidas e interpreta-as com base em transformações geométricas.

c) Representa também o produto de ***z*** por:

$1+i$ $2+i$ $-1+i$ $-1-3i$ …

Interpreta vectorialmente o produto de um número complexo $z = a+bi$ por um número complexo $w = c+di$.

Sugestão: Nota que $(c+di)\times(a+bi) = c\times(a+bi) + di\times(a+bi)$.

Considera as várias figuras obtidas e interpreta-as com base em transformações geométricas.

Sugestão: Usa o *sketch* GSP2.

3. Considera o *applet* em http://www.ies.co.jp/math/java/comp/cplzabi/cplzabi.html e comprova a interpretação geométrica da multiplicação de dois números complexos que fizeste no ponto anterior.

4. Se ainda tens dúvidas, executa o *applet* em:

a) http://www.ies.co.jp/math/java/comp/cplmeaningmulti/cplmeaningmulti.html.

b) http://www.prof2000.pt/users/amma/af29/trabalhos/s2/gsp3a.htm.

5. Num pequeno relatório:

a) Sintetiza as interpretações vectorial e geométrica relativas à multiplicação de dois números complexos.

b) Prova analiticamente (sem consulta) que:

Se $z_1 = r_1(\cos q_1 + i sen q_1)$ e $z_2 = r_2(\cos q_2 + i sen q_2)$, então $z_1 \times z_2 = r_1 \times r_2(\cos(q_1 + q_2) + i sen(q_1 + q_2))$.

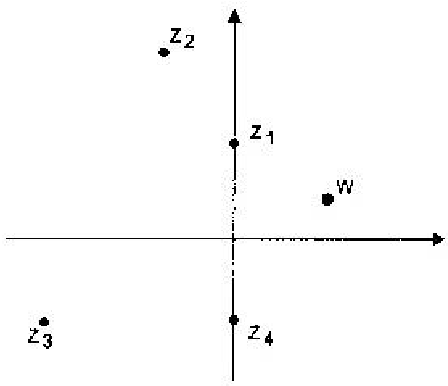
2.ª Parte

Tendo em consideração as investigações que acabaste de realizar, justificando, resolve as seguintes questões:

7. Seja $\mathbb{C}$ o conjunto dos números complexos; i designa a unidade imaginária.

Na figura estão representadas, no plano complexo, as imagens geométricas de cinco números complexos:

w, z_1, z_2, z_3 e z_4



Qual é o número complexo que pode ser igual a $2iw$?

(A) z_1 **(B)** z_2 **(C)** z_3 **(D)** z_4

Matemática 435, Prova Modelo 2000

7. Seja z um número complexo de argumento $\frac{\pi}{5}$

Qual poderá ser um argumento do **simétrico** de z ?

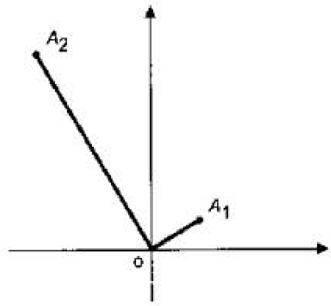
(A) $-\frac{\pi}{5}$ **(B)** $\pi + \frac{\pi}{5}$ **(C)** $\pi - \frac{\pi}{5}$ **(D)** $2\pi - \frac{\pi}{5}$

Matemática 435, 1.ª Fase 2.ª Chamada, 2000

3. Seja $\mathbb{C}$ o conjunto dos números complexos, e sejam z_1 e z_2 dois elementos de $\mathbb{C}$.

Sabe-se que:

- z_1 tem argumento $\frac{\pi}{6}$
- $z_2 = z_1^4$
- A_1 e A_2 são as imagens geométricas de z_1 e de z_2, respectivamente



3.1. Justifique que o ângulo $A_1 O A_2$ é recto (O designa a origem do referencial).

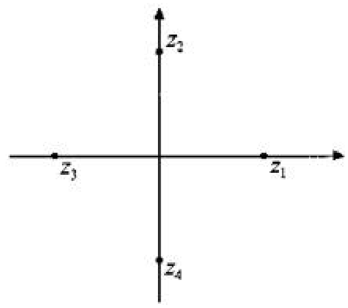
Sugestão: $z^4 = z \times z \times z \times z$

Matemática 435, 2.ª Fase, 2000

7. Seja w um número complexo diferente de 0, cuja imagem geométrica, no plano complexo, está no primeiro quadrante e pertence à bissectriz dos quadrantes ímpares.

Seja $\overline{w}$ o conjugado de w.

Na figura estão representadas, no plano complexo, as imagens geométricas de quatro números complexos: z_1, z_2, z_3 e z_4.



Qual deles pode ser igual a $\frac{w}{\overline{w}}$?

(A) z_1 **(B)** z_2 **(C)** z_3 **(D)** z_4

Sugestão: Se $\frac{w}{\overline{w}} = z$, então $w = \overline{w} \times z$.

Matemática 435, 1.ª Fase 1.ª Chamada, 2001

1. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, seja $z_1 = 2 \operatorname{cis} \frac{\pi}{3}$

1.1. Mentalmente ~~Sem recorrer à calculadora~~, verifique que $\frac{z_1^3 + 2}{i}$ é um imaginário puro.

Matemática 435, 1.ª Fase 1.ª Chamada, 2001

O Professor